

# Divisibilidad y Números Enteros

## 1.1. Divisibilidad

### 1.1.1. Múltiplos y divisores. Números primos y compuestos

1. Escribe los cinco primeros múltiplos de 25.
2. Escribe todos los múltiplos de 10 que sean mayores que 900 y menores que 1000.
3. ¿Se podrá llenar una cuba de 224 litros de capacidad vaciando un número exacto de veces el contenido de un cubo de 6 litros de capacidad? ¿Y utilizando un cubo de 8 litros de capacidad?
4. Escribe todos los divisores de los siguientes números:

a) 24	c) 10	e) 33	g) 42	i) 16
b) 18	d) 30	f) 28	h) 20	j) 21

5. Completa con las palabras «múltiplo», «divisor» o «múltiplo y divisor»

a) 3 es ..... de 3	d) 46 es ..... de 23
b) 5 es ..... de 45	e) 7 es ..... de 0
c) 81 es ..... de 9	f) 4 es ..... de 1

6. Indica entre los siguientes números, los múltiplos de 36:

a) 250	d) 144	g) 180	j) 36	m) 9000
b) 470	e) 24000	h) 136	k) 720	n) 1
c) 108	f) 600	i) 0	l) 90	ñ) 1330

7. Calcula parejas de divisores de los siguientes números (recuerda que una pareja de divisores son dos divisores que al multiplicarlos dan el número del cual son divisores):

a) 75	c) 13	e) 200	g) 52
b) 28	d) 144	f) 500	h) 300

8. Razona si los siguientes números son primos o compuestos:

- a) 72            b) 41            c) 48            d) 75            e) 47            f) 29

9. Decide si los siguientes números son primos o compuestos:

- a) 252            b) 264            c) 113            d) 199            e) 170            f) 67

10. Comprueba que 149 y 179 son números primos.

11. Comprueba que el número 127 es primo.

12. Escribe todos los números primos que hay entre 50 y 100.

### 1.1.2. Criterios de Divisibilidad

1. Indica si los números 1940 y 3300 son divisibles por 2, por 3, por 5 y/o por 11.

2. Averigua el valor de  $X$  con las cifras para que se cumplan las condiciones indicadas. Escribe todas las soluciones posibles.

- a)  $27X4$  es múltiplo de 3, pero no de 9.            e)  $7308X$  es múltiplo de 5, pero no de 2.  
 b)  $684X$  es múltiplo de 2, pero no de 5.            f)  $6732X$  es múltiplo de 25.  
 c)  $349X$  es múltiplo de 4.            g)  $456X$  es múltiplo de 6.  
 d)  $4X36$  es múltiplo de 11.            h)  $325X$  sea múltiplo de 3 pero no de 6.

3. Hallar el valor numérico de cada letra para que se cumplan las condiciones de cada apartado.

- a)  $34A$  es divisible por 3 y 5.            c)  $12C$  es divisible por 2 y 5.  
 b)  $25B$  es divisible por 2 y 3.            d)  $23D$  es divisible por 3 y 11.

4. Sin hacer la división, indica si 5445 es divisible por 2, 3, 5 y 11.

### 1.1.3. Factorización

1. Factoriza los siguientes números:

- a) 24            d) 50            g) 48            j) 512            m) 3465  
 b) 32            e) 80            h) 66            k) 95            n) 2016  
 c) 72            f) 45            i) 250            l) 840            ñ) 2664

2. Factoriza los siguientes números (puede ayudarte expresar los números como producto de dos y a continuación factorizar dichos números):

- a) 2048            c) 25200            e) 1960            g) 9936            i) 6468  
 b) 44100            d) 6160            f) 1875            h) 8505            j) 6336

3. Calcula los números a los que pertenecen las siguientes factorizaciones:

- |                           |                         |                           |                            |
|---------------------------|-------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) $2^2 \cdot 5 \cdot 7$  | d) $3 \cdot 5^2$        | g) $2^2 \cdot 17$         | j) $3^5 \cdot 5$           |
| b) $2^3 \cdot 3^2$        | e) $3 \cdot 7 \cdot 11$ | h) $3^2 \cdot 5 \cdot 19$ | k) $2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$ |
| c) $3^2 \cdot 5 \cdot 11$ | f) $2^3 \cdot 11^2$     | i) $2^4 \cdot 5^2$        | l) $5^3 \cdot 7$           |

#### 1.1.4. Máximo Común Divisor

##### Cálculo del MCD

1. En cada caso, calcula todos los divisores de cada número y a continuación indica cual de ellos es el Máximo Común Divisor de cada pareja de números.

- |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| a) 12 y 8  | c) 19 y 15 | e) 18 y 12 | g) 9 y 27  |
| b) 21 y 14 | d) 24 y 30 | f) 16 y 20 | h) 42 y 54 |

2. Calcula el Máximo Común Divisor de los siguientes pares de números:

- |                  |                   |                    |                     |
|------------------|-------------------|--------------------|---------------------|
| a) $MCD(8, 18)$  | e) $MCD(40, 56)$  | i) $MCD(28, 12)$   | m) $MCD(75, 90)$    |
| b) $MCD(72, 56)$ | f) $MCD(108, 48)$ | j) $MCD(512, 80)$  | n) $MCD(180, 400)$  |
| c) $MCD(90, 35)$ | g) $MCD(36, 40)$  | k) $MCD(150, 285)$ | ñ) $MCD(354, 3450)$ |
| d) $MCD(46, 21)$ | h) $MCD(70, 35)$  | l) $MCD(55, 121)$  | o) $MCD(484, 1001)$ |

3. Calcula el Máximo Común Divisor de las siguientes ternas de números:

- |                          |                           |                          |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $MCD(18, 45, 63)$     | e) $MCD(2520, 900, 2970)$ | i) $MCD(240, 270, 150)$  |
| b) $MCD(180, 450, 630)$  | f) $MCD(12, 45, 93)$      | j) $MCD(45, 1100, 2200)$ |
| c) $MCD(450, 1500, 900)$ | g) $MCD(15, 21, 60)$      | k) $MCD(15, 45, 360)$    |
| d) $MCD(216, 408, 744)$  | h) $MCD(15, 96, 120)$     | l) $MCD(16, 24, 64)$     |

4. Calcula  $MCD(a, b)$  en los siguientes casos:

- |  |   |
|--|---|
| a) $a = 2^3 \cdot 3^2, b = 2^2 \cdot 5^7$                    | e) $a = 2^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2, b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^3$             |
| b) $a = 2^5 \cdot 5^3 \cdot 7, b = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11$   | f) $a = 3 \cdot 5^2 \cdot 11, b = 2^3 \cdot 5^4 \cdot 11^2$               |
| c) $a = 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7, b = 3 \cdot 5 \cdot 7^3$      | g) $a = 3^5 \cdot 7^2 \cdot 11^3, b = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 11^2$ |
| d) $a = 5^3 \cdot 7^8 \cdot 11, b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ | h) $a = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 19, b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 13$               |

##### Problemas de MCD

5. Un almacén mide 8 metros de largo, 6 de ancho y 4 de alto. Se va a almacenar la mercancía en cajas cúbicas. Calcula las dimensiones máximas que pueden tener las cajas y el número de ellas que se pueden almacenar.
6. Tres clases de 2º de ESO tienen 18, 24 y 30 alumnos, respectivamente. En una reunión, ¿cuál es el máximo grupo que puede representar a cada clase si los grupos han de estar formados por el mismo número de alumnos? ¿Cuántos grupos se pueden formar?
7. Se quiere dividir un solar rectangular de 180 metros de largo por 120 metros de ancho en parcelas cuadradas de máxima área. ¿Cuál debe ser la medida del lado? ¿En cuántas parcelas se dividirá?

8. Se quieren embalar, por separado, 48 botellas de refresco y 72 botellas de leche en cajas iguales y lo más grandes posible. ¿cuál será el número de botellas en cada caja?
9. En un centro escolar se van a organizar talleres sobre arte. Van a participar grupos formados por 20 alumnos de 1º de ESO y 30 de 2º. Si los profesores han decidido no mezclar cursos, que en cada grupo haya el mismo número de alumnos y que los grupos estén integrados por el mayor número de alumnos posible, ¿cuántos grupos se formarán?
10. Los profesores de un centro escolar dividen a los participantes en unas olimpiadas en el centro en grupos de chicos y grupos de chicas iguales y lo más grandes posible. Si participan 221 chicos y 255 chicas, ¿Cuántos grupos hay de chicos? ¿Y cuántos de chicas?
11. Un semillero mide 36 metros de largo y 24 de ancho. Se divide en cuadrados lo más grandes posible para sembrar las diferentes semillas. ¿Cuántos tipos de semillas se pueden sembrar?
12. Se quieren transportar 35 gatos y 45 conejos en cajas iguales de modo que el número de gatos y conejos en cada caja sea el mismo. Además deben transportarse en cajas distintas y cada una tiene que contener el mayor número posible de animales. ¿Cuántos animales se deben introducir en cada caja? ¿Cuántas cajas se necesitarán?
13. Una sala de 54 m de larga por 8 m de ancha quiere embaldosarse con baldosas cuadradas y del mayor lado posible. ¿Cuál será la superficie de cada baldosa si no queremos romper ninguna de ellas? ¿Cuántas baldosas serán necesarias?
14. Tres depósitos están llenos de aceite y tienen las siguientes capacidades: 250, 306 y 504 litros, respectivamente. Queremos envasarlo, sin mezclar el aceite, en botellas iguales. Hallar la capacidad máxima que podemos dar a estas botellas y el número de botellas necesarias.
15. Tres alambres miden respectivamente 9 m, 60 dm y 468 cm. Si queremos dividirlos en partes todas iguales y de la mayor longitud posible, ¿cuál habrá de ser la longitud de cada trozo de alambre? ¿Cuántos trozos se obtienen en total?

### 1.1.5. Mínimo Común Múltiplo

#### Cálculo del mcm

1. En cada caso, calcula varios múltiplos de cada número hasta, al menos, encontrar alguno que sea múltiplo de cada pareja. Indica a continuación cual es el mínimo común múltiplo.

- |            |            |            |           |
|------------|------------|------------|-----------|
| a) 12 y 16 | c) 6 y 9   | e) 50 y 75 | g) 4 y 11 |
| b) 10 y 12 | d) 12 y 18 | f) 15 y 20 | h) 8 y 20 |

2. Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números:

- |                    |                  |                    |                     |
|--------------------|------------------|--------------------|---------------------|
| a) $mcm(18, 24)$   | e) $mcm(12, 18)$ | i) $mcm(144, 30)$  | m) $mcm(128, 180)$  |
| b) $mcm(30, 50)$   | f) $mcm(15, 9)$  | j) $mcm(102, 66)$  | n) $mcm(45, 150)$   |
| c) $mcm(24, 54)$   | g) $mcm(21, 14)$ | k) $mcm(405, 90)$  | ñ) $mcm(206, 309)$  |
| d) $mcm(100, 120)$ | h) $mcm(35, 28)$ | l) $mcm(121, 132)$ | o) $mcm(1024, 256)$ |

3. Calcula el mínimo común múltiplo de las siguientes ternas de números:

- |                      |                       |                        |
|----------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $mcm(10, 12, 15)$ | e) $mcm(4, 12, 16)$   | i) $mcm(40, 50, 90)$   |
| b) $mcm(12, 15, 18)$ | f) $mcm(80, 45, 24)$  | j) $mcm(24, 54, 74)$   |
| c) $mcm(8, 16, 32)$  | g) $mcm(32, 60, 160)$ | k) $mcm(216, 81, 42)$  |
| d) $mcm(16, 24, 40)$ | h) $mcm(15, 18, 270)$ | l) $mcm(300, 180, 24)$ |

4. Calcula  $mcm(a, b)$  en cada caso:

- |  |  |
|--|--|
| a) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ , $b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ | e) $a = 2^3 \cdot 5^2$ , $b = 3^2 \cdot 7$                 |
| b) $a = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7$ , $b = 2 \cdot 3^2$             | f) $a = 2^3 \cdot 7^3$ , $b = 5^3 \cdot 7$                 |
| c) $a = 3^3 \cdot 5^2$ , $b = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$             | g) $a = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ , $b = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$ |
| d) $a = 2^4 \cdot 3 \cdot 7^2$ , $b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$   | h) $a = 3^3 \cdot 13$ , $b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$       |

### Problemas de mcm

- Una abuela dice a su nieta: «Este año, mi edad es múltiplo de 6. El año próximo, será múltiplo de 5. Si tengo más de 70 años y menos de 90, ¿cuántos años tengo?»
- De un aeropuerto sale un avión hacia París cada 2 h, uno hacia Londres cada 3 h y otro hacia Nueva York cada 4 h. Si los tres aviones coinciden en su salida a las 8 de la mañana, ¿a qué otras horas vuelven a coincidir?
- Si contamos los botones de una caja de 7 en 7, o de 10 en 10, o de 12 en 12, sobran 2. Pero si los contamos de 11 en 11 no sobra ninguno. ¿Cuál es el menor número de botones que puede contener la caja?
- Alberto tiene una caja con canicas y observa que si las cuenta de dos en dos le sobra una, si las cuenta de tres en tres, le sobra una; de igual manera, si las cuenta de cuatro en cuatro, de cinco en cinco y de seis en seis, le sobra siempre una. ¿Cuántas canicas hay en la caja? (Sabemos que hay más de 450 pero menos de 500)
- ¿Cuál es el menor número exacto de pasteles de 1'25 € cada uno que podremos comprar con un número exacto de monedas de 2€?
- Dos fenómenos se repiten uno cada 30 días y el otro cada 45 días. Si han sucedido juntos el 24 de Enero, ¿en qué fechas del mismo año volverán a coincidir?
- Una rueda dentada de 18 dientes engrana con otra de 24 dientes. ¿Cuál será el menor número de vueltas que dará una y otra para que los dientes que ahora están en contacto vuelvan a estarlo?
- En un tren de juguete suena una sirena cada 30 segundos y las barreras de un paso a nivel bajan cada 25 segundos. ¿Cada cuánto tiempo sonará la sirena al mismo tiempo que baja la barrera?
- Dos sucesos que se repiten, el primero cada 12 días y el segundo cada 15 días, han ocurrido juntos el día 19 de marzo. ¿En qué fechas del mismo año volverán a coincidir?
- Tres ciclistas tardan en dar una vuelta a una pista circular 48, 56 y 60 segundos respectivamente. Si parten del mismo punto y en el mismo instante, ¿cuánto tiempo transcurrirá hasta que vuelvan a coincidir los tres en la línea de salida? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?

15. Tres corredores de fondo han partido al mismo tiempo de un mismo punto y recorren una pista circular. El primero da una vuelta completa en 108 segundos, el segundo en 198 y el tercero en 252. Calcula el tiempo que tardarán en volver a pasar los tres a la vez por la salida. Calcula también el número de veces que habrá recorrido cada uno la pista hasta que se realice el encuentro.
16. En un circuito de senderismo hay una fuente cada 350 m y un poste indicador cada 100 m. ¿Cada cuántos metros coinciden la fuente y el poste? ¿Cuántas fuentes hay en todo el circuito si éste tiene 5 km?
17. Encuentra un número sabiendo que cumple las tres condiciones siguientes: está comprendido entre 20 y 40, es múltiplo de 3 y al dividirlo por 7 da de resto 5.
18. Ana y Raquel se han apuntado a bailes de salón. Ana asiste a clase cada cuatro días y Raquel solo va una vez a la semana. Si Felipe únicamente va a bailar cuando coinciden sus dos amigas, ¿con qué frecuencia asiste a clase?
19. Tres hermanos, Pedro, Juan y Carlos son camioneros y hacen rutas de 3, 4 y 6 días de duración respectivamente. Si hoy cenan juntos en casa, ¿cuántos días tendrán que transcurrir para que vuelvan a hacerlo de nuevo? Durante este tiempo, ¿cuántas veces habrán estado en casa cada uno de ellos? ¿Cuántas veces habrán coincidido Pedro y Juan? ¿Y Pedro y Carlos?
20. En una parada de autobús coinciden tres líneas: la primera para cada 15 min; la segunda, cada 20 min y la tercera, cada 24 min. Si los tres autobuses han coincidido a las 10:00 horas de la mañana, ¿a qué hora volverán a encontrarse? ¿Cuántos autobuses de cada línea han pasado durante ese tiempo?
21. Dos atletas que salen al mismo tiempo de la línea de salida comienzan a dar vueltas a un circuito. Los dos mantienen un ritmo constante y tardan, respectivamente, 84 y 96 segundos en completar una vuelta al circuito. ¿Cada cuánto tiempo pasan juntos por la línea de meta? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno cuando se encuentren por primera vez después de salir?

## 1.2. Números enteros

### 1.2.1. Opuesto, valor absoluto. Representación

1. Calcula el opuesto de los siguientes números enteros:

a) $-3$	c) $-6$	e) $-14$	g) $+24$	i) $-7$	k) $-34$
b) $+2$	d) $0$	f) $+54$	h) $-32$	j) $+67$	l) $+8$

2. Calcula el valor absoluto de los siguientes números enteros:

a) $-12$	c) $-7$	e) $-40$	g) $+83$	i) $19$	k) $-3871$
b) $+4$	d) $+35$	f) $-9$	h) $-51$	j) $-1$	l) $+100$

3. Representa en la recta los siguientes números enteros:

a) $-3$	c) $-1$	e) $-2$	g) $+5$	i) $-4$	k) $-9$
b) $+2$	d) $+4$	f) $+6$	h) $-7$	j) $+3$	l) $10$

### 1.2.2. Operaciones sin paréntesis

#### Sumas y restas

1. Realiza las siguientes sumas y restas:

$$\begin{array}{lllll}
 a) -2 + 5 & e) -32 + 19 & i) -19 + 6 & m) -12 + 3 & p) -100 + 86 \\
 b) -4 - 6 & f) 40 - 56 & j) -14 - 24 & n) 34 + 21 & q) -12 - 45 \\
 c) +8 - 12 & g) +18 - 24 & k) -27 - 35 & ñ) -34 + 17 & r) -1 - 6 \\
 d) 4 + 7 & h) -35 + 14 & l) 31 - 64 & o) -32 + 14 & s) -12 + 12
 \end{array}$$

2. Realiza las siguientes sumas y restas agrupando primero positivos por un lado y negativos por otro:

$$\begin{array}{lll}
 a) -6 + 4 - 2 + 4 - 3 & e) +5 - 2 - 1 + 6 + 3 & i) -4 - 5 - 6 - 1 - 2 - 5 \\
 b) -12 + 8 - 6 + 13 - 1 & f) -2 + 7 + 1 - 6 - 3 & j) -5 + 7 - 1 - 5 + 7 - 2 \\
 c) -3 + 6 - 1 + 7 - 1 & g) +5 - 3 + 6 - 12 + 1 & k) -4 - 2 + 9 - 4 + 7 + 1 - 7 \\
 d) -5 + 6 + 7 - 3 - 7 + 12 & h) -3 + 4 + 12 - 24 & l) -1 + 5 - 6 - 9 + 12 - 1
 \end{array}$$

3. Realiza las sumas y restas del ejercicio 2 realizando las operaciones en el orden en que aparecen.

#### Multiplicaciones y divisiones

4. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$\begin{array}{lllll}
 a) (-2) \cdot (+5) & e) (+2) \cdot (-6) & i) (-2) \cdot (+12) & m) (-13) \cdot (+4) & p) (+2) \cdot (-10) \\
 b) (+2) \cdot (+6) & f) (-4) \cdot (+2) & j) (-8) \cdot (-9) & n) (-7) \cdot (+7) & q) (+10) \cdot (-7) \\
 c) (-1) \cdot (-6) & g) (-4) \cdot (-7) & k) (-16) \cdot (-4) & ñ) (-3) \cdot (+6) & r) (-7) \cdot (+14) \\
 d) (-5) \cdot (-3) & h) (+6) \cdot (-5) & l) (-2) \cdot (+9) & o) (-1) \cdot (-1) & s) (-12) \cdot (+5)
 \end{array}$$

5. Realiza las siguientes multiplicaciones (recuerda que a igualdad de prioridad las operaciones se hacen de izquierda a derecha):

$$\begin{array}{lll}
 a) (-1) \cdot (+2) \cdot (-6) & e) (+2) \cdot (-7) \cdot (+8) \cdot (+1) & i) (+3) \cdot (-7) \cdot (+8) \\
 b) (+3) \cdot (-4) \cdot (+2) & f) (-3) \cdot (+2) \cdot (-1) \cdot (+5) & j) (-4) \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \\
 c) (-7) \cdot (+4) \cdot (-3) & g) (-2) \cdot (+4) \cdot (-6) & k) (-1) \cdot (+2) \cdot (-6) \cdot (-4) \\
 d) (-4) \cdot (-1) \cdot (+6) \cdot (-3) & h) (-8) \cdot (+2) \cdot (-5) & l) (-2) \cdot (+3) \cdot (+5) \cdot (+7)
 \end{array}$$

6. Realiza las siguientes divisiones:

$$\begin{array}{llll}
 a) (-8) : (+2) & f) (-56) : (-14) & k) (+44) : (-11) & o) (-46) : (+2) \\
 b) (-18) : (+6) & g) (-96) : (-6) & l) (+36) : (-36) & p) (-63) : (-21) \\
 c) (-72) : (-4) & h) (+34) : (-2) & m) (+54) : (+9) & q) (+30) : (-6) \\
 d) (-144) : (+9) & i) (+243) : (-27) & n) (+81) : (+3) & r) (+88) : (-22) \\
 e) (-13) : (+1) & j) (-40) : (+8) & ñ) (-45) : (+9) & s) (-9) : (-1)
 \end{array}$$

7. Realiza las siguientes operaciones con multiplicaciones y divisiones (recuerda que a igualdad de prioridad las operaciones se hacen de izquierda a derecha):

$$\begin{array}{lll}
 a) (-8) \cdot (+18) : (-9) & f) (-45) : (-5) : (+9) & k) (-30) : (-6) \cdot (+2) \\
 b) (-12) : (+4) \cdot (-5) & g) (-10) \cdot (+9) : (-6) & l) (-100) : (+4) : (-5) \\
 c) (-56) : (+2) : (+7) & h) (+40) : (-8) \cdot (+5) & m) (-8) \cdot (-9) : (-6) : (+2) \\
 d) (-12) \cdot (+25) : (-10) & i) (-50) : (-2) : (-5) & n) (+90) : (-45) \cdot (+35) : (-14) \\
 e) (-9) : (-3) \cdot (+4) & j) (+6) \cdot (-8) : (-12) & ñ) (-14) \cdot (+8) : (-56) \cdot (+5)
 \end{array}$$

### Operaciones combinadas

8. Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll}
 a) 14 + 6 - 5 \cdot 2 + 32 : 8 - 8 & g) 34 - 30 : 6 \cdot 4 + 2 \cdot 7 - 28 \\
 b) 100 \cdot 10 - 25 \cdot 8 \cdot 6 - 20 \cdot 20 & h) 6 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 42 : 15 \\
 c) 7 \cdot (-2) + 25 : 5 - (-4) \cdot 6 + 7 & i) 2 \cdot 5 - 4 \cdot 12 + 45 : 15 \\
 d) 32 : 4 : 4 + 5 - 6 \cdot 4 + 8 \cdot 2 & j) 8 + 3 \cdot 5 - 4 + 36 : 12 - 10 : 4 \\
 e) 4 - 3 \cdot 5 + 18 : 4 - 8 + 3 \cdot 6 & k) 240 : 12 : 5 \cdot 3 - 6 \cdot 5 \\
 f) 4 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 - 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 & l) 2 \cdot 25 - 4 \cdot 2 - 2 + 2 \cdot 5
 \end{array}$$

9. Realiza las siguientes operaciones con números enteros:

$$\begin{array}{ll}
 a) (-2) \cdot (-4) - (-5) \cdot (+2) + (-18) : 2 & e) (-4) \cdot (-6) + (-5) \cdot (-1) + (-15) : (+3) \\
 b) (-4) \cdot (-3) + (-8) \cdot (+2) - (-5) \cdot (-2) & f) (-12) : (-3) - (-6) \cdot (+3) - (-36) : (-12) \\
 c) (-21) : (+7) - (-35) : (-5) + (-4) \cdot (-2) & g) (-8) : (-2) + (-6) : (-3) + (-18) : (+9) \\
 d) (-3) \cdot (-3) - (-2) : (+2) + (+18) : (-9) & h) (-6) : (-3) + (-4) \cdot (-2) - (-45) : (-9)
 \end{array}$$

### 1.2.3. Operaciones con paréntesis

#### Eliminación de paréntesis

1. Elimina los paréntesis y a continuación realiza las operaciones:

$$\begin{array}{llll}
 a) -(-2) + (-3) & d) +(-7) - (-5) & g) +(+5) - (-5) & j) -(-4) - (+8) \\
 b) +(-5) - (+6) & e) +(-4) + (-5) & h) -(-3) - (+3) & k) -(-3) - (-12) \\
 c) -(-12) - (+6) & f) -(-7) + (+3) & i) +(+6) - (-9) & l) +(-12) - (+16)
 \end{array}$$

2. Elimina los paréntesis y a continuación realiza las operaciones:

$$\begin{array}{ll}
 a) (21 - 5) - (12 - 62) & f) 3 - (2 - 5 + 7) + (4 - 7 + 8) \\
 b) (13 - 4 + 5) - (8 - 3 + 10) & g) -(-4 + 7 - 2) - (-3 + 6 - 2) - (-5 + 9 - 12 + 3) \\
 c) (-4 + 11 - 8) - (-5 + 16 + 8) & h) -(-6 + 8 - 1) - (-4 + 7 - 6) + (4 - 6 + 5) \\
 d) 12 - (-3 + 7 - 2) + (-4 + 6) & i) +(-4 + 6 - 9) - (-5 + 6 - 1) + (-9 + 6) \\
 e) (-12 + 7) - (-5 + 2 - 1) + (5 - 7) & j) (-9 + 8) - (+3 - 7 + 1) - (-2 - 4 - 1 + 5)
 \end{array}$$

**Operaciones combinadas**

3. Realiza las operaciones del ejercicio 2 realizando previamente las operaciones del interior de los paréntesis.

4. Realiza las siguientes operaciones:

$$a) 5 + [15 - (8 - 2)]$$

$$f) (48 - 100) : 2 + 38 : (5 \cdot 4 - 1)$$

$$b) 12 - 5 - (8 - 2) + [44 - 3 - (6 - 9)]$$

$$g) 16 - ((3 \cdot 12) - 25) - (4 \cdot 7)$$

$$c) 14 - (6 - 4) - [7 - (12 - 1) + 1]$$

$$h) ((4 - (7 - 2)) + 3 \cdot 11) - 43$$

$$d) [147 - 144 - (143 - 146)] : 3$$

$$i) 24 - ((37 + 4) \cdot 3) - (5 \cdot 7)$$

$$e) (32 - [6 - (16 + 8)]) : 5 + 5$$

$$j) ((12 + (20 - 4)) : 7 - ((3 \cdot 4) - 9))$$

5. Coloca los paréntesis necesarios para que los siguientes resultados sean correctos:

$$a) 4 \cdot 25 - 2 + 2 \cdot 5 = 88$$

$$d) 18 \cdot 13 - 2 \cdot 5 - 23 = 31$$

$$b) 25 - 4 : 4 + 3 = 3$$

$$e) 25 - 9 \cdot 3 - 40 = 8$$

$$c) 7 + 7 + 7 + 7 : 7 + 1 = 5$$

$$f) 1000 - 4 \cdot 200 : 50 = 4$$

6. Sabiendo que  $a = 2$ ,  $b = -3$  y  $c = 4$  calcula (recuerda que  $a \cdot b$  solemos escribirlo simplemente  $ab$ ):

$$a) ab + ac + bc$$

$$b) abc$$

$$c) a(b - c) - ab + ac$$

$$d) ab - ac - bc$$

7. Si  $a = -2$ ,  $b = -4$  y  $c = 6$ . Calcula:

$$a) ab - 3c$$

$$b) abc$$

$$c) 2a - 3b - 4c$$

$$d) a(2b - 5c) + 3 - (a + 4c)$$

8. Realiza las siguientes operaciones (recuerda que los operadores omitidos son multiplicaciones):

$$a) 5 - 4(3 - 5 \cdot 2 + 12) + 50 : (2 \cdot 5)$$

$$f) 6(9 - 7) + 12(6 : 2) - 2(6 - 11)$$

$$b) 2(8 - 4 \cdot 3) + 5 - 2(-4) + 15$$

$$g) -4(8 - 6) + 2(5 - 9) - 3(6 - 5)$$

$$c) -7(8 - 5) + 24 : (-13 + 7)$$

$$h) (3 - 7)(4 - 5) - 3(6 - 4) + 2(5 - 7)$$

$$d) -32 : (-15 + 11) - 8(-4 + 11)$$

$$i) 200 + 48 : 12 - 5(32 - 6 \cdot 3) - (2 - (-5 + 25))$$

$$e) 36 : (-25 + 7) - 4(-10 + 8)$$

$$j) 24 : 6 : 2 - (8 + 2 \cdot 5) + 3 \cdot 15 - (7 - 27)$$

9. Realiza las siguientes operaciones con paréntesis:

$$a) 18 - 3 \cdot (6 - 4)$$

$$d) 12 - 5 \cdot (6 - 7) - 3 \cdot 6$$

$$b) 3 \cdot (6 - 2) - 14$$

$$e) 4 \cdot (2 - 5) + 2 \cdot (5 - 7) - 3 \cdot (6 - 8)$$

$$c) 5 \cdot 3 - 12 - 3 \cdot (5 - 3)$$

$$f) 2 \cdot (3 - 9) - 6 \cdot (5 - 6) - 4 \cdot (8 - 9)$$

10. Realiza las siguientes operaciones:

- a)  $(8 - 3 - 6 + 2) \cdot (5 - 4 - 3)$       e)  $18 - 3 \cdot (12 - 15) + 3 \cdot (6 - 4) \cdot (5 - 9)$   
 b)  $(10 - 6 - 3) \cdot (12 - 4 - 3 + 1)$       f)  $25 + 5 \cdot (6 - 8) - 4 \cdot (2 - 5) \cdot (5 - 7)$   
 c)  $(12 - 3 - 10) \cdot (4 - 2) - (5 - 6) \cdot (8 - 3)$       g)  $(6 - 10) \cdot (11 - 13 + 7) - (4 - 6 + 5) \cdot (1 - 7 - 4)$   
 d)  $(3 - 7) \cdot (2 - 5) + (4 - 7) \cdot (10 - 4)$       h)  $(8 - 4) \cdot (5 - 8) \cdot (6 - 9) - (2 - 8) \cdot (4 - 10)$

11. Realiza las siguientes operaciones con corchetes:

- a)  $2[5 - (6 + 1)] - 4$       f)  $9 \cdot (8 - 3) - 6 \cdot [2 - (6 - 8) \cdot 4]$   
 b)  $18 : [-12 : (-5 + 1) + 18 : (-3 + 9)]$       g)  $2 \cdot [22 + 5 \cdot (4 - 2 \cdot 5)] + 18$   
 c)  $26 - 5[10 + 4(5 - 6)]$       h)  $6 \cdot [12 - 4 \cdot (13 - 6 \cdot 2)] - 35$   
 d)  $18 + 3 \cdot [25 - 6 \cdot (8 - 3)]$       i)  $[6 + 2 \cdot (3 - 5)] - [4 - 3 \cdot (8 - 6)]$   
 e)  $2 \cdot (5 - 7) - 2 \cdot [8 - 4 \cdot (5 - 3)]$       j)  $[3 + 5 \cdot (8 - 9)] - [7 - 4 \cdot (5 - 3)]$

#### 1.2.4. Potencias de números enteros

1. Calcula las siguientes potencias:

- a)  $(-2)^3$       c)  $(-1)^8$       e)  $(-4)^3$       g)  $-3^3$       i)  $-5^2$       k)  $-(11)^3$   
 b)  $(-3)^4$       d)  $-2^4$       f)  $(-5)^3$       h)  $(-7)^3$       j)  $(-9)^2$       l)  $(-4)^3$

2. Realiza las siguientes operaciones con potencias:

- a)  $(-2)^3 + (-3)^2 - (-1)^2$       f)  $-7^2 + (-5)^2 - (-2)^5$   
 b)  $(-3)^3 - (-4)^2 - 3(-2)^3$       g)  $(-2)^2(-1)^3 - 2(-3)^2 + 5^2(-3)^1$   
 c)  $(-5)^2 - (-7)^2 + (-3)^3$       h)  $(-5)^3 + 7(-3)^4 + 2(-2)^3$   
 d)  $-2^3 + (-3)^2 - 5(-1)^3$       i)  $(-3)^3 + 5(-2)^2 - (-5)^0$   
 e)  $(-2)^4 - 3^3 + (-5)^0$       j)  $(-3)^2 + (-5)^2 - (-4)^4$

3. Realiza las siguientes operaciones con potencias:

- a)  $(3 - 4)^2 - (-5 + 2)^3 + (8 - 11)^3$       e)  $(-9 + 6)^4 + (7 - 8)^7 + (-5 + 7)^3$   
 b)  $(7 - 4)^3 - (6 - 8)^4 + (5 - 7)^1$       f)  $(-7 + 4)^3 + 2 \cdot (3 - 5)^2 + 4(-21 + 20)^9$   
 c)  $(4 - 6)^3 + (7 - 4)^2 - (4 - 9)^2$       g)  $(-9 + 11)^5 + (4 - 7)^3 - 2(5 - 8)^2$   
 d)  $(12 - 18)^2 + (-4 + 3)^5 - 2^3$       h)  $(-8 + 6)^4 - (4 - 9)^2 + 3(7 - 9)^1$

#### 1.2.5. Problemas de números enteros

- En un lugar de Rusia, un día se alcanzó la temperatura mínima de  $-35$ . Al empezar la primavera, la temperatura había aumentado hasta 15. ¿Cuál fue la variación?
- En una mina de carbón se trabaja a una profundidad de 60 metros. Hay un ascensor para subir de la mina al exterior. Si el ascensor tiene una parada a 25 metros de la superficie, ¿qué distancia ha subido?
- Calcula el número de discos que son tuyos en cada una de estas dos situaciones:
  - Tienes 32 discos en casa pero Luis te dejó el otro día 5 para escucharlos.

- b) Debes devolver 12 discos, tienes 16 en casa y tu hermana te regala 2.
4. Una avioneta vuela a una cierta altura y sufre las siguientes variaciones: desciende 1 kilómetro, luego 500 metros y después sube 800 metros. Si ahora está a 2100 metros, ¿cuál era su altura inicial?
  5. El portero de un edificio está en la planta  $-3$ , sube siete plantas para recoger un paquete y después desciende dos. ¿En qué planta se encuentra ahora?
  6. En una estación de esquí, la temperatura a las doce de la mañana era de 9 grados, y a las tres de la madrugada del siguiente día es de 7 grados bajo cero. ¿En cuántos grados ha variado la temperatura en ese intervalo de tiempo?
  7. La libreta de ahorro de Miguel ha variado bastante esta semana:
    - a) El lunes tenía un saldo de 103€.
    - b) El martes Miguel pagó 2 recibos de 45€ cada uno.
    - c) El miércoles hizo un ingreso de 12€.
    - d) El jueves tuvo que pagar 100€.
- Escribe todos los movimientos con una sola expresión numérica. ¿Qué saldo tenía la libreta el viernes?
8. La diferencia de altura entre el Everest, que con sus 8848 m sobre el nivel del mar es el pico más alto del mundo, y la fosa de las Marianas, que es la más profunda del planeta, es de 19882 m. ¿A qué profundidad se encuentra esta última?
  9. En un almacén hay 1500 kg de patatas distribuidas en sacos de 25 kg y 50 kg, respectivamente. A lo largo de un día han entrado 20 sacos grandes y 35 pequeños y han salido 40 sacos grandes y 14 pequeños. ¿Cuántos kilogramos de patatas habrá en el almacén al final de ese día?
  10. Tales de Mileto y Pitágoras fueron dos grandes matemáticos de la Antigüedad. El primero nació en el año 625 a. C, y el segundo, en el 582 a. C. ¿Qué edad tenía Tales de Mileto el año en el que nació Pitágoras?
  11. Paco tiene 47 caramelos. El día de su cumpleaños decide repartirlos entre sus amigos. Tiene pensado darle a cada uno 5 caramelos.
    - a) ¿A cuántos amigos podrá invitar con los caramelos que tiene?
    - b) ¿Cuántos caramelos necesitaría para convidar a 10 amigos?
  12. Rosa invita a sus amigos a una fiesta que va a celebrar en su casa. Al darles su dirección, olvida añadir la planta del piso donde vive. Los amigos toman el ascensor y empiezan a buscar el piso de Rosa por el edificio. ¿En qué planta vive si, para localizarla, sus amigos han subido 8 plantas, bajado otras 3 y han vuelto a subir otras 2?
  13. El mayor de tres hermanos tiene 21 años, y los otros dos tienen, respectivamente, 4 y 7 años menos que aquel. ¿Qué edad tendrá cada uno de ellos dentro de 15 años? ¿Qué edad tenía cada uno hace 15 años?
  14. Una biblioteca disponía de un total de 954 libros al finalizar un mes, a lo largo del cual los lectores habían devuelto 64 ejemplares y se habían llevado prestados otros 45. ¿Cuántos volúmenes tenía la biblioteca al comenzar el mes?

15. Los saltos de Pepito Grillo miden 1 m de longitud. A cada salto que da hacia delante le siguen dos saltos consecutivos hacia atrás. Después de 6 saltos, ¿qué distancia habrá recorrido? ¿Hacia adelante o hacia atrás?