

Los números reales

1.1. Los números racionales

1. Realiza las siguientes operaciones simplificando hasta la fracción irreducible.

$$a) \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) - \frac{4}{5}$$

$$e) \left[\frac{2}{5} - (-1)\right] \cdot \frac{-1}{6} + \left(\frac{-4}{3} + 1\right) \cdot \frac{1}{5}$$

$$b) \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{6}{4} + \frac{3}{2}\right) : \frac{2}{3} - \frac{-4}{9}$$

$$f) \frac{5}{3} \cdot \frac{-6}{4} + \frac{3}{2} : \left(\frac{2}{3} - \frac{-4}{9}\right)$$

$$c) \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{11} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)$$

$$g) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{3} - 1\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{5} - 1\right)$$

$$d) \frac{3}{5} : \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} : \frac{3}{7}$$

$$h) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} + \left(-\frac{2}{5} - \frac{2}{35}\right) : \frac{4}{21} - \frac{-7}{10}$$

2. Escribe en forma de fracción irreducible los siguientes números decimales:

$$a) 0\widehat{7}$$

$$b) -3\widehat{7}$$

$$c) 5\widehat{02}$$

$$d) 1\widehat{235}$$

$$e) 0\widehat{23}$$

$$f) 3\widehat{9}$$

¿Qué ocurre en el último caso?

3. Un hombre hace 17 inspiraciones por minuto y cada inspiración lleva $\frac{8}{15}$ de litro de aire a los pulmones. ¿Qué volumen de aire ha entrado en sus pulmones al cabo del día?
4. Juan tiene ahorrados 18000€. Cuando se fue de vacaciones se gastó $\frac{4}{12}$ de sus ahorros. ¿Cuánto le queda ahorrado?
5. Entre tres empresarios deben repartirse 12000€. El primero se lleva $\frac{7}{15}$ del total, el segundo $\frac{5}{12}$ del total y el tercero el resto. ¿Cuánto dinero se lleva cada uno?
6. Hoy he perdido 20 cromos que son $\frac{5}{12}$ de los que tenía. ¿Cuántos cromos tenía?
7. Alfonso dispone de 600€ para compras. El jueves gastó $\frac{1}{5}$ de esa cantidad y el sábado los $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba. ¿Cuánto le queda al final?
8. De los vecinos de la casa de Carmen, $\frac{2}{7}$ son riojanos y la cuarta parte de éstos son de Logroño. Sabiendo que hay seis vecinos de Logroño, ¿Cuántos vecinos hay en la casa de Carmen?
9. Los $\frac{3}{5}$ de las alumnas de clase hacen el camino de casa al colegio en coche o en autobús y las demás van andando. Si los tres cuartos de las alumnas que usan vehículo hacen el viaje en coche y 9 alumnas utilizan autobús, ¿cuántas alumnas hay en clase?

10. Entre tres hermanos deben repartirse 120 euros. El primero se lleva $\frac{7}{15}$ del total, el segundo $\frac{5}{12}$ del total y el tercero el resto. ¿Qué fracción del total se lleva el tercero? ¿Cuánto dinero se lleva cada uno?
11. A una persona le preguntan cuánto pesa y responde: “La mitad de la cuarta parte de mi peso es igual a 10 kg”. ¿Cuánto pesa esta persona?
12. En un quiosco se han vendido a lo largo de la mañana los $\frac{2}{3}$ de un lote de periódicos. Por la tarde se han vendido la mitad de los que han quedado. ¿Qué fracción del total de periódicos representan los vendidos por la tarde? Si son 20 periódicos los que no se han vendido, ¿cuántos había al empezar la venta?
13. Un recipiente está lleno de agua hasta los $\frac{4}{5}$ de su capacidad. Se saca la mitad del agua que contiene. ¿Qué fracción de la capacidad del recipiente se ha sacado? Si la capacidad del recipiente es de 80 litros, ¿cuántos litros quedan en el mismo?
14. Una finca se divide en tres parcelas. La primera es igual a los $\frac{4}{7}$ de la superficie de la finca y la segunda es igual a la mitad de la primera. ¿Qué fracción de la finca representa cada parcela? Si la extensión de la finca es de 14000 metros cuadrados, ¿cuál es la superficie de cada parcela?
15. Una máquina teje en un día $\frac{1}{8}$ de una pieza de 96 metros. Al día siguiente teje los $\frac{2}{7}$ de lo que quedó por tejer el día anterior. ¿Cuántos metros ha tejido en los dos días? ¿Qué parte de la pieza queda por tejer?
16. Una persona sale de compras. Gasta los $\frac{3}{7}$ de su dinero en el supermercado; después $\frac{1}{2}$ de lo que le queda en una tienda de regalos y, finalmente, $\frac{1}{2}$ de lo restante en una librería. Si le quedan 12 euros, ¿cuánto dinero tenía al salir de casa?
17. Paloma salió de fin de semana con 12 euros. En ir al cine se gastó la tercera parte del dinero, y, con un cuarto de lo que le quedaba, se compró un bocadillo, prestándole, finalmente, la sexta parte del resto a una amiga. ¿Con cuánto dinero volvió Paloma a casa?
18. Raquel gasta en una entrada de cine $\frac{1}{3}$ del dinero que lleva, luego $\frac{1}{4}$ de lo que le queda en chucherías. Al volver a casa le quedan 15 euros. ¿Cuánto dinero llevaba al salir de casa?
19. Un padre repartió entre sus cuatro hijos 39 vacas. Al primero quería dejarle la mitad de las vacas, al segundo la cuarta parte, al tercero la octava parte y al cuarto la décima parte. No sabía como hacerlo hasta que un vecino le prestó una vaca más; con 40 vacas pudo dar al primero 20, al segundo 10, al tercero 5 y al cuarto 4, y devolvió la vaca al vecino. ¿Lo hizo bien? ¿Podrías explicar qué ocurre?
20. Luis repartió entre sus amigos los discos que tenía. A uno le regaló un disco y $\frac{1}{7}$ de los restantes, a otro dos discos y $\frac{1}{7}$ de todos los restantes, a un tercero, tres discos y $\frac{1}{7}$ de los restantes y así sucesivamente, hasta que repartió todos sus discos. ¿Cuántos discos tenía y entre cuantos amigos los repartió?
21. Una tableta contiene un 20 % de aspirina, un 40 % de vitamina C y un 40 % de excipiente. Si una pastilla pesa 2 gramos, ¿cuánto contiene de cada componente?
22. Un hortelano, lleva un canasto con manzanas. Encuentra a tres amigos y les da, al primero, la mitad de las manzanas más dos; al segundo, la mitad de las que le quedan más dos y, al tercero, la mitad de las sobrantes más dos. Aún le sobró una manzana. ¿Cuántas llevaba al principio?

1.2. Potencias

23. Simplifica las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lll} a) \left(\frac{2^2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 & c) \left(-\frac{2}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 & e) \left[\left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4 \\ b) \left(\frac{1}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^4 & d) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 & f) \left[\left(\frac{3}{4}\right)^7 : \left(\frac{3}{4}\right)^3\right]^2 \end{array}$$

24. Simplifica las siguientes expresiones factorizando cuando sea conveniente:

$$\begin{array}{lll} a) \frac{2^3 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2^2} & g) \frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^2} & m) \frac{15^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 45^2}{25 \cdot 5^3 \cdot 125 \cdot 27} \\ b) \frac{a^3 \cdot b \cdot c^2}{a^2 \cdot b^5 \cdot c} & h) \frac{a^2 \cdot b^3 \cdot c^4}{a \cdot b^2 \cdot c^3} & n) \frac{6 \cdot 12^3 \cdot 18^2 \cdot 3^2 \cdot 108^2}{27^2 \cdot 3^2 \cdot 16 \cdot 48 \cdot 36} \\ c) \frac{(a^5)^2 \cdot (b^{-6})^3 \cdot c^3}{(a^{-3})^{-2} \cdot b^8 \cdot c^{-5}} & i) \frac{2^7 \cdot 2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^0}{2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^6} & \tilde{n}) \frac{6^4 \cdot 9^2 \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-5} \cdot 2^{-1}}{18^3 \cdot 2^{-5} \cdot 3^6 \cdot (3^3)^{-3}} \\ d) \frac{49 \cdot 7^0 \cdot 7^{-3} \cdot 5^2 \cdot 25}{7 \cdot 25 \cdot (-5)^2 \cdot (-7)^3} & j) \frac{3^{-2} \cdot 7^2 \cdot 3 \cdot 7^{-4} \cdot 3^5}{7^3 \cdot 3^{-1} \cdot 7^{-5} \cdot 3^4} & o) \frac{(6 \cdot a^{-3} \cdot b^2)^{-3}}{(2 \cdot a \cdot b)^{-4}} \\ e) \frac{2^3 \cdot 2^7 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5}{2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^{-2} \cdot 2^9} & k) \frac{3^8 \cdot 7^{-1} \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 3^{-2}}{7^4 \cdot 5^{-1} \cdot 3^5 \cdot 5^3 \cdot 7^{-2}} & p) \left[\frac{(10 \cdot x^{-3} \cdot y \cdot z)^{-4}}{(5xy^{-2}z)^{-4}}\right]^{-2} \\ f) \frac{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 11}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 13} & l) \frac{2^3 \cdot 4^5 \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 8^{30}}{16 \cdot 2^3 \cdot 32 \cdot 2^4} & q) \frac{(-x^2 \cdot y)^5 \cdot (-y^4)^{-3}}{(-y)^2 \cdot (-x)^3 \cdot (-y)^6} \end{array}$$

1.3. Radicales

1.3.1. Extracción de factores del radical

25. Extrae los factores que puedas de las siguientes raíces factorizando previamente los radicandos.

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt[5]{2^{15}x^{40}y^{30}} & e) \sqrt[3]{27ab^3} & h) \frac{xz^3}{y^2} \sqrt[4]{\frac{y^{12}}{x^5z^7}} \\ b) \sqrt[5]{64} & f) \sqrt[4]{1296} & i) \sqrt[4]{81a^5b^3} \\ c) \sqrt[3]{243} & & k) \sqrt[5]{\frac{512}{a^6}} \\ d) \sqrt{4a^3} & g) \sqrt[3]{\frac{x^5y^7}{2^6a^9}} & l) \frac{2}{x} \sqrt[3]{\frac{x^5}{32}} \\ & j) \sqrt[3]{\frac{16a^3}{27z^6}} & \end{array}$$

26. Extrae los factores que puedas de cada radical y simplifica las siguientes expresiones.

$$\begin{array}{ll} a) \sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{3} & e) 7\sqrt{54} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - \frac{3}{5}\sqrt{50} - \sqrt{6} \\ b) \sqrt{108} - 2\sqrt{12} - \sqrt{28} + \sqrt{\frac{7}{4}} & f) \frac{1}{2}\sqrt{3} - \sqrt{12} - \frac{3}{4}\sqrt{75} \\ c) 3\sqrt{18} - 2\sqrt{32} + \frac{5}{2}\sqrt{72} & g) \sqrt{8} - \sqrt{50} - \frac{1}{2}\sqrt{98} \\ d) 4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{48} + \frac{2}{3}\sqrt{27} + \frac{3}{5}\sqrt{75} & h) \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} \end{array}$$

1.3.2. Introducción de factores en el radical

27. Introduce, en cada caso, los factores dentro del radical y simplifica los resultados.

$$\begin{array}{lll} a) \frac{xy^2}{2z} \sqrt{\frac{2z}{x}} & c) 5\sqrt{\frac{3}{5}} & e) \frac{7x}{2y} \sqrt[4]{\frac{8y^2}{14x^3}} \\ b) \frac{5x^2}{y} \sqrt[3]{\frac{xy}{25}} & d) \frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{9}{4}} & f) 3x^2 \sqrt[3]{3x} \end{array}$$

1.3.3. Puesta a común índice. Multiplicaciones y divisiones. Raíz de una raíz

1. Pon a común índice las raíces que aparecen en cada apartado.

$$\begin{array}{ll} a) \sqrt{7}, \sqrt[3]{30}, \sqrt[4]{40}, \sqrt[6]{81} & c) \sqrt[3]{4x^2}, \sqrt[6]{y^5z^3}, \sqrt[9]{3a^2b} \\ b) \sqrt[5]{x^2}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{10^5} & d) \sqrt[3]{a^8b^5}, \sqrt[4]{a^9b^3}, \sqrt[6]{ab^2} \end{array}$$

2. Expresa como una única raíz:

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt[3]{\sqrt{x}} & d) \sqrt[3]{a^4 \sqrt[4]{a^5 \sqrt[5]{a}}} & g) \sqrt{\sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x^2}}} \\ b) \sqrt{\sqrt[3]{x^7}} & e) \sqrt{2\sqrt{2}\sqrt[3]{2}\sqrt[4]{4}} & h) \sqrt[3]{a^2 \sqrt[3]{2a \sqrt[3]{2a}}} \\ c) \sqrt{8 \sqrt[3]{2 \sqrt[6]{16}}} & f) \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{x}}} & i) \sqrt{a^2 \sqrt{a \sqrt[3]{a}}} \end{array}$$

3. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones poniendo previamente a común índice y simplifica al máximo.

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8} & f) \frac{\sqrt[3]{2a^4 \sqrt[4]{16a^3}}}{\sqrt[6]{8a^2}} & i) \frac{\sqrt{ax} \sqrt[3]{xa^2}}{\sqrt{x^3 \sqrt[6]{a^5x}}} \\ b) \sqrt[4]{243} : \sqrt[4]{3} & g) \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2y}}{\sqrt[4]{xy}} & j) \frac{\sqrt{2x} \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x^5}} \\ c) \sqrt{2} \sqrt[3]{3} \sqrt[6]{6} & h) \frac{\sqrt[3]{4} \sqrt[4]{8}}{\sqrt[6]{16}} & k) \frac{\sqrt[5]{2x^2y^3}}{\sqrt{4xy^6}} \\ d) \sqrt[3]{a} : \sqrt[5]{a} & & \end{array}$$

4. Simplifica las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lll} a) \frac{\sqrt{3\sqrt{2}} \sqrt[3]{3\sqrt{3}\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{6}} & c) \frac{\sqrt{5\sqrt{10}} \sqrt[3]{25}}{\sqrt[6]{40}} & e) \frac{\sqrt[7]{x^4} \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \\ b) \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}{\sqrt[6]{3}} & d) \frac{\sqrt{a} \sqrt[3]{a} \sqrt[4]{a}}{\sqrt{\sqrt{a} \sqrt[8]{a^7}}} & f) \frac{\sqrt[5]{z} \sqrt{z} \sqrt{z \sqrt[3]{z}}}{\sqrt[5]{z^2} \sqrt[3]{z}} \end{array}$$

1.3.4. Operaciones binómicas. Identidades notables con radicales

5. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

- a) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$ e) $(2\sqrt{a} - 1)(2 + \sqrt{a})$
 b) $(3\sqrt{2} + 2)^2$ f) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$
 c) $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(5 + 2\sqrt{3})$ g) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})$
 d) $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ h) $(3 + 2\sqrt{2})(5 - 2\sqrt{2})$

6. Considera el conjunto de todos los números de la forma $a + b\sqrt{2}$. Comprueba con ejemplos que la suma, resta, multiplicación y división de este tipo de números siempre es un número de la misma forma. Comprueba que el cuadrado de un número de esta forma sigue siendo de esta forma.
7. Realiza las siguientes operaciones combinadas con radicales:

- a) $(2 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) - (5 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 3)$ c) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) - (2\sqrt{5} - \sqrt{2})(3\sqrt{2} + \sqrt{5})$
 b) $(4 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2) + (1 - \sqrt{5})^2$ d) $(4 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) + (1 + \sqrt{a})(\sqrt{a} + 2)$

8. Aunque te parezca extraño, el número K siguiente es un número entero

$$K = \sqrt{4 + \frac{\sqrt{63}}{2}} + \sqrt{4 - \frac{\sqrt{63}}{2}}$$

¿Puedes averiguar qué número entero es? (*Indic.:* Calcula K^2 utilizando las identidades notables)

1.3.5. Racionalización

9. Racionaliza las siguientes expresiones con una raíz cuadrada en el denominador:

- a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{8}}$ c) $\frac{4 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{6 - \sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

10. Racionaliza las siguientes expresiones con una raíz n-ésima en el denominador:

- a) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$ b) $\frac{5}{2\sqrt[3]{4}}$ c) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ d) $\frac{1}{\sqrt[4]{4}}$

11. Racionaliza las siguientes expresiones con un binomio en el denominador:

- a) $\frac{3}{1 + \sqrt{3}}$ c) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$ e) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ g) $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$
 b) $\frac{5}{3 - \sqrt{2}}$ d) $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3}$ f) $\frac{\sqrt{3} - 2}{5 + 2\sqrt{3}}$ h) $\frac{10}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

1.4. Notación Científica. Errores

1.4.1. Notación Científica

12. Escribe los siguientes números en notación científica:

- a) 752000000 b) 0'0000512 c) 0'000007 d) 15000000000

13. Expresa en notación científica:

- a) $32 \cdot 10^5$ b) $75 \cdot 10^{-4}$ c) $843 \cdot 10^7$ d) $458 \cdot 10^{-7}$ e) $0'03 \cdot 10^6$ f) $0'0025 \cdot 10^{-5}$

14. Calcula:

- a) $(1'5 \cdot 10^7) \cdot (2 \cdot 10^5)$ d) $\sqrt{4 \cdot 10^8}$ g) $1'2 \cdot 10^7 : (5 \cdot 10^{-6})$
 b) $3 \cdot 10^6 : (2 \cdot 10^{11})$ e) $(3'5 \cdot 10^7) \cdot (4 \cdot 10^8)$ h) $(6 \cdot 10^{-7})^2$
 c) $4 \cdot 10^{-7} : (2 \cdot 10^{-12})$ f) $(5 \cdot 10^{-8}) \cdot (2'5 \cdot 10^5)$ i) $(2'8 \cdot 10^{-5}) : (6'2 \cdot 10^{-12})$

15. Realiza las siguientes operaciones con números en notación científica:

- a) $5'3 \cdot 10^{12} - 3 \cdot 10^{11}$ d) $7'2 \cdot 10^8 + 1'5 \cdot 10^{10}$
 b) $3 \cdot 10^{-5} + 8'2 \cdot 10^{-6}$ e) $7'86 \cdot 10^5 - 1'4 \cdot 10^6 + 5'2 \cdot 10^4$
 c) $6 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-8}$ f) $(3 \cdot 10^{-10} + 7 \cdot 10^{-9}) : (7 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^5)$

1.4.2. Errores

16. Si en la expresión $(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$ cambiamos $\sqrt{3}$ por 1'7, ¿Cuál es el error cometido?
17. Si en la expresión $\left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$ sustituimos la fracción $1/3$ por 0'3, ¿Cuál es el error cometido? (*Indic.:* Expresa 0'3 en forma de fracción para calcular el número aproximado)
18. Calcula el error cometido al cambiar $\sqrt{2}$ por 1'4142 en la expresión

$$(1 - \sqrt{2}) \cdot (1 + 2\sqrt{2}) - \sqrt{2}(1 - \sqrt{2})$$

1.5. Intervalos

19. Escribe los siguientes intervalos en forma algebraica y de intervalo. Indica además qué tipo de intervalo es cada uno.
- a) Todos los números entre menos tres y uno incluyendo el menos tres.
 b) Todos los números entre uno y dos sin incluir uno y dos.
 c) Todos los números menores o iguales a ocho.
 d) Todos los números mayores que menos cuatro.
 e) Todos los números cuyo valor absoluto es más pequeño que ocho.
 f) Todos los números menores que menos uno.
 g) Todos los números entre menos dos y cuatro incluyendo el dos.
 h) Todos los números entre dos y seis incluyendo el seis.
20. Representa en la recta real cada uno de los siguientes intervalos y semirrectas:

- a) $[-2, 4]$ c) $[-7, -3]$ e) $(-\infty, 1]$
 b) $(1, 6)$ d) $(0, 5]$ f) $(-1, +\infty)$

21. Escribe en forma de intervalo o semirrecta y representa en la recta real los números que cumplen la desigualdad indicada en cada caso:

- a) $-3 \leq x \leq 2$ c) $0 < x \leq 7$ e) $-1 \leq x \leq 3$ g) $x \geq 2$
 b) $-1 < x < 5$ d) $x > -5$ f) $1 < x \leq 5$ h) $x < 4$

22. Dados los intervalos $A = (-\infty, 8)$, $B = [-3, 12)$, $C = (-5, 5)$ y $D = (4, +\infty)$, calcula:

- a) $A \cap D$ c) $B \cap C$ e) $C \cap D$ g) $A \cup D$ i) $B \cup D$
 b) $B \cup C$ d) $A \cap C$ f) $B \cap D$ h) $A \cup C$ j) $A \cup B$

1.6. Logaritmos

23. Aplica la definición de logaritmo para hallar, sin usar la calculadora:

- a) $\log_2 64$ c) $\log_2 \frac{1}{4}$ e) $\log_3 81$ g) $\log_3 \sqrt{3}$
 b) $\log_2 16$ d) $\log_2 \sqrt{2}$ f) $\log_3 \frac{1}{3}$ h) $\log_4 16$

24. Calcula la base de los siguientes logaritmos:

- a) $\log_b 10000 = 2$ b) $\log_b 125 = 3$ c) $\log_b 4 = -1$ d) $\log_b 3 = \frac{1}{2}$

25. Calcula el valor de las siguientes expresiones utilizando la definición y las propiedades de los logaritmos.

- a) $\log_2 64 - 5 \log_3 \sqrt[5]{3} + \log_7 7^{10} - \log 1$ b) $\log_2 64 + 3 \log_2 1 - \log_3 \frac{1}{3} + \log_{11} 121$

26. Halla el valor de x en las siguientes expresiones utilizando la definición de logaritmo.

- a) $\log_2 2 = x$ d) $\log_x 36 = 2$ g) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$ i) $\log_7(x^4) = 2$
 b) $\log_3 9 = x$ e) $\log_x 100 = -3$ j) $\log_x 343 = 3$
 c) $\log_4 16 = x$ f) $\log_5 x = 3$ h) $\log_2 \frac{1}{4} = x$ k) $\log_3 x = 5$

27. Sabiendo que $\log 2 = 0'302$ y que $\log 3 = 0'477$, calcula:

- a) $\log 6$ e) $\log \sqrt[5]{16}$ h) $\log \frac{1'25}{\sqrt{0'32}}$ j) $\log 14'4$
 b) $\log 26$ f) $\log \frac{\sqrt[7]{2^5}}{9}$ i) $\log \frac{32^3 \cdot 0'64^5}{0'0125 \cdot \sqrt[4]{80^3}}$ k) $\log 15$
 c) $\log 5$ g) $\log \sqrt{5'76}$ m) $\log 0'015$
 d) $\log 20$

28. Desarrolla los siguientes logaritmos utilizando las propiedades.

$$a) \log \frac{a^3 \sqrt[5]{a^2 b^4}}{b^2 \sqrt[3]{a^5 b}}$$

$$b) \log_2 \frac{\sqrt[6]{64} \cdot 4^2}{2^5 \cdot \sqrt[3]{512}}$$

$$c) \log \frac{\sqrt{ax} \cdot \sqrt[3]{xa^2}}{\sqrt[6]{a^5 x}}$$

29. Expresa como un único logaritmo utilizando las propiedades.

$$a) \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$$

$$c) \log 5 + 2 \log 15$$

$$b) 4 \log 2 - \frac{1}{2} \log 25$$

$$d) \log 9 - \frac{1}{2} \log 27 + \log \sqrt{3}$$