

UNIDAD 3

Números racionales

3.1. Significado de fracción

3.1.1. Representación de fracciones

1. Representa las siguientes fracciones tomando como unidad un círculo:

$$a) \frac{1}{2} \quad b) \frac{2}{3} \quad c) \frac{3}{4} \quad d) \frac{5}{8} \quad e) \frac{6}{4} \quad f) \frac{7}{16}$$

2. Tomando como unidad un rectángulo, representa las siguientes fracciones:

$$a) \frac{7}{10} \quad b) \frac{5}{3} \quad c) \frac{8}{5} \quad d) \frac{6}{9} \quad e) \frac{7}{2} \quad f) \frac{1}{3}$$

3. Representa las siguientes fracciones en la recta real:

$$\begin{array}{llllll} a) -\frac{1}{2} & c) -\frac{4}{9} & e) -\frac{3}{8} & g) \frac{13}{5} & i) \frac{1}{6} & k) -\frac{7}{3} \\ b) \frac{2}{5} & d) \frac{2}{3} & f) -\frac{6}{4} & h) -\frac{3}{10} & j) \frac{5}{8} & l) \frac{1}{8} \end{array}$$

3.1.2. Fracción de un número

4. Calcula en cada caso:

$$\begin{array}{llll} a) \frac{2}{9} \text{ de } 351 & e) \frac{2}{7} \text{ de } 343 & i) \frac{2}{6} \text{ de } 60 & m) \frac{9}{13} \text{ de } 1183 \\ b) \frac{7}{4} \text{ de } 80 & f) \frac{7}{10} \text{ de } 800 & j) \frac{7}{20} \text{ de } 8040 & n) \frac{14}{19} \text{ de } 4560 \\ c) \frac{3}{4} \text{ de } 144 & g) \frac{9}{8} \text{ de } 1064 & k) \frac{1}{9} \text{ de } 3861 & ñ) \frac{17}{23} \text{ de } 8211 \\ d) \frac{6}{5} \text{ de } 8315 & h) \frac{3}{2} \text{ de } 72 & l) \frac{2}{11} \text{ de } 12321 & o) \frac{19}{29} \text{ de } 551 \end{array}$$

5. Calcula en cada caso:

$$a) \frac{6}{8} \text{ de } \frac{2}{5} \text{ de } 1600 \quad b) \frac{4}{7} \text{ de } \frac{3}{8} \text{ de } 672 \quad c) \frac{2}{5} \text{ de } \frac{3}{4} \text{ de } 900 \quad d) \frac{2}{9} \text{ de } \frac{5}{7} \text{ de } 1323$$

$$\begin{array}{llll}
 e) \frac{2}{7} \text{ de } \frac{7}{2} \text{ de } 46 & h) \frac{6}{15} \text{ de } \frac{7}{5} \text{ de } 1215 & k) \frac{5}{6} \text{ de } \frac{6}{14} \text{ de } 1176 & n) \frac{15}{16} \text{ de } \frac{4}{10} \text{ de } 1120 \\
 f) \frac{3}{5} \text{ de } \frac{4}{7} \text{ de } 420 & i) \frac{7}{17} \text{ de } \frac{3}{8} \text{ de } 408 & l) \frac{5}{9} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ de } 1242 & ñ) \frac{8}{25} \text{ de } \frac{7}{20} \text{ de } 500 \\
 g) \frac{5}{7} \text{ de } \frac{2}{13} \text{ de } 728 & j) \frac{4}{5} \text{ de } \frac{2}{5} \text{ de } 100 & m) \frac{12}{21} \text{ de } \frac{9}{17} \text{ de } 1428 & o) \frac{4}{3} \text{ de } \frac{7}{4} \text{ de } 384
 \end{array}$$

3.1.3. Fracciones equivalentes

6. Calcula el valor de x para que las fracciones sean equivalentes:

$$\begin{array}{llll}
 a) \frac{4}{18} = \frac{\boxed{x}}{9} & d) \frac{6}{\boxed{x}} = \frac{18}{24} & g) \frac{48}{54} = \frac{\boxed{x}}{9} & j) \frac{8}{\boxed{x}} = \frac{96}{60} \\
 b) \frac{\boxed{x}}{12} = \frac{5}{3} & e) \frac{\boxed{x}}{4} = \frac{12}{8} & h) \frac{15}{12} = \frac{3}{\boxed{x}} & k) \frac{80}{24} = \frac{\boxed{x}}{3} \\
 c) \frac{7}{8} = \frac{21}{\boxed{x}} & f) \frac{25}{\boxed{x}} = \frac{5}{8} & i) \frac{72}{\boxed{x}} = \frac{6}{5} & l) \frac{\boxed{x}}{56} = \frac{5}{7}
 \end{array}$$

7. Comprueba si los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

$$\begin{array}{llll}
 a) \frac{4}{9} \text{ y } \frac{2}{3} & d) \frac{45}{60} \text{ y } \frac{15}{12} & g) \frac{85}{80} \text{ y } \frac{34}{32} & j) \frac{54}{78} \text{ y } \frac{81}{117} \\
 b) \frac{21}{42} \text{ y } \frac{3}{6} & e) \frac{72}{28} \text{ y } \frac{18}{7} & h) \frac{45}{105} \text{ y } \frac{92}{210} & k) \frac{21}{56} \text{ y } \frac{7}{15} \\
 c) \frac{18}{10} \text{ y } \frac{8}{5} & f) \frac{24}{56} \text{ y } \frac{15}{35} & i) \frac{56}{98} \text{ y } \frac{36}{56} & l) \frac{53}{44} \text{ y } \frac{120}{88}
 \end{array}$$

8. Calcula cinco fracciones equivalentes por ampliación para cada una de las siguientes fracciones:

$$\begin{array}{llllll}
 a) \frac{3}{4} & c) \frac{4}{10} & e) \frac{5}{15} & g) \frac{8}{3} & i) \frac{9}{4} & k) \frac{4}{13} \\
 b) \frac{8}{24} & d) \frac{2}{7} & f) \frac{3}{12} & h) \frac{6}{8} & j) \frac{12}{17} & l) \frac{5}{11}
 \end{array}$$

9. Calcula la fracción equivalente irreducible de las siguientes fracciones:

$$\begin{array}{llllll}
 a) \frac{24}{56} & c) \frac{105}{45} & e) \frac{6720}{3024} & g) \frac{2592}{2160} & i) \frac{315}{585} & k) \frac{1225}{10125} \\
 b) \frac{72}{96} & d) \frac{80}{64} & f) \frac{540}{1260} & h) \frac{819}{1323} & j) \frac{462}{1925} & l) \frac{720}{4320}
 \end{array}$$

10. Para las fracciones del ejercicio 9 encuentra al menos dos fracciones equivalentes por simplificación.

3.1.4. Reducción a común denominador

11. Reduce a común denominador los siguientes pares de fracciones:

$$\begin{array}{llll}
 a) \frac{3}{5} \text{ y } \frac{2}{3} & d) \frac{4}{21} \text{ y } \frac{8}{35} & g) \frac{1}{9} \text{ y } \frac{5}{6} & j) \frac{8}{15} \text{ y } \frac{7}{20} \\
 b) \frac{3}{7} \text{ y } \frac{4}{3} & e) \frac{7}{18} \text{ y } \frac{5}{12} & h) \frac{3}{8} \text{ y } \frac{5}{12} & k) \frac{3}{14} \text{ y } \frac{7}{6} \\
 c) \frac{5}{12} \text{ y } \frac{4}{15} & f) \frac{2}{24} \text{ y } \frac{3}{8} & i) \frac{8}{3} \text{ y } \frac{6}{10} & l) \frac{5}{28} \text{ y } \frac{4}{21}
 \end{array}$$

12. Reduce a común denominador en cada caso:

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ y } \frac{1}{4} & d) \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \text{ y } \frac{3}{7} & g) \frac{8}{13}, \frac{4}{11} \text{ y } \frac{1}{2} \\
 b) \frac{2}{5}, \frac{4}{15} \text{ y } \frac{5}{18} & e) \frac{5}{8}, \frac{2}{9} \text{ y } \frac{7}{24} & h) \frac{6}{24}, \frac{17}{18} \text{ y } \frac{1}{4} \\
 c) \frac{3}{7}, \frac{1}{8} \text{ y } \frac{5}{28} & f) \frac{2}{9}, \frac{1}{4} \text{ y } \frac{13}{12} & i) \frac{2}{7}, \frac{3}{14} \text{ y } \frac{15}{28}
 \end{array}$$

3.1.5. Ordenación de fracciones

13. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor:

$$a) \frac{-1}{5} \quad b) \frac{-3}{5} \quad c) \frac{-8}{5} \quad d) \frac{7}{5} \quad e) \frac{0}{5} \quad f) \frac{4}{5}$$

14. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor:

$$a) \frac{4}{5} \quad b) \frac{-1}{6} \quad c) \frac{2}{5} \quad d) \frac{-3}{4} \quad e) \frac{-2}{3} \quad f) \frac{7}{10}$$

15. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor:

$$a) \frac{3}{8} \quad b) \frac{-1}{2} \quad c) \frac{5}{4} \quad d) \frac{-1}{5} \quad e) \frac{3}{4} \quad f) \frac{7}{10}$$

3.2. Números decimales y fracciones

16. Expresa en forma de número decimal las siguientes fracciones. Clasifícalos en exactos, periódicos puros y periódicos mixtos.

$$\begin{array}{llllll}
 a) \frac{3}{5} & d) \frac{8}{7} & g) \frac{42}{16} & j) \frac{6}{48} & m) \frac{3}{15} & o) \frac{7}{35} \\
 b) \frac{2}{9} & e) \frac{12}{18} & h) \frac{5}{8} & k) \frac{5}{13} & n) \frac{9}{10} & p) \frac{24}{13} \\
 c) \frac{4}{15} & f) \frac{6}{20} & i) \frac{4}{11} & l) \frac{6}{14} & ñ) \frac{47}{50} & q) \frac{18}{11}
 \end{array}$$

17. Expresa en forma de fracción irreducible los siguientes números decimales exactos:

$$\begin{array}{llllll}
 a) 12'34 & c) 6'894 & e) 1'48 & g) 4'6 & i) 6'2 & k) 0'55 \\
 b) 0'75 & d) 2'02 & f) 2'12 & h) 0'12 & j) 1'44 & l) 3'72
 \end{array}$$

18. Expresa en forma de fracción irreducible los siguientes números decimales periódicos puros:

$$\begin{array}{llllll} a) 3\overline{34} & d) 2\overline{10} & g) 4\overline{12} & j) 7\overline{91} & m) 1\overline{142857} & o) 1\overline{534} \\ b) 1\overline{6} & e) 45\overline{71} & h) 6\overline{123} & k) 0\overline{63} & n) 3\overline{1234} & p) 2\overline{372} \\ c) 2\overline{28} & f) 2\overline{9} & i) 4\overline{2} & l) 3\overline{01} & \tilde{n}) 5\overline{285714} & q) 6\overline{35} \end{array}$$

19. Expresa en forma de fracción irreducible los siguientes números decimales periódicos mixtos:

$$\begin{array}{llllll} a) 2\overline{18} & d) 6\overline{19} & g) 4\overline{226} & j) 3\overline{2542} & m) 3\overline{0283} & o) 4\overline{5235} \\ b) 3\overline{012} & e) 3\overline{64} & h) 3\overline{713} & k) 0\overline{01} & n) 4\overline{262} & p) 6\overline{012} \\ c) 1\overline{13} & f) 1\overline{723} & i) 4\overline{547} & l) 4\overline{76} & \tilde{n}) 1\overline{232} & q) 1\overline{203} \end{array}$$

20. Comprobar que el número $3\overline{9}$ es un número natural (convértelo en fracción y simplifica). ¿Qué número es?

21. Comprueba que el número decimal $3\overline{29}$ es un número decimal exacto (expresalo en forma de fracción y después realiza la división). ¿Qué número decimal es?

22. Inventa fracciones cuyo denominador sea de la forma $2^x \cdot 5^y$ para los valores de x e y que tu quieras. ¿Qué tipo de números decimales obtienes al transformar esas fracciones en decimal? (Ejemplo: $7/20$, $20 = 2^2 \cdot 5$)

23. Inventa fracciones cuyo denominador sean potencias de 3. ¿Qué tipo de números decimales obtienes al transformar dichas fracciones en decimal? ¿Puedes encontrar alguna fracción de este tipo que no tenga por valor decimal un número de este tipo? ¿A qué crees que se debe? (Ejemplo: $2/27$, $27 = 3^3$)

24. Inventa fracciones cuyo denominador sea producto de potencias de 2, 3 y 5. ¿Qué tipo de número decimal obtienes al transformar dichas fracciones a decimal? ¿Puedes encontrar alguna fracción de este tipo que no tenga por valor decimal un número de este tipo? ¿A qué crees que se debe? (Ejemplo: $7/60$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$)

25. Calcula el valor decimal de las fracciones $1/7$, $2/7$, $3/7$, $4/7$, $5/7$ y $6/7$. Se trata de números decimales periódicos puros con una curiosidad, ¿cuál?

26. Las fracciones cuyo denominador es 19 dan lugar a números decimales periódicos puros con periodo de 18 cifras. ¿Te atreves a calcular el valor decimal de $2/19$?

3.3. Operaciones sin paréntesis

3.3.1. Suma y resta

27. Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones simplificando el resultado:

$$\begin{array}{llll} a) \frac{2}{3} + \frac{7}{3} - \frac{5}{3} & c) \frac{3}{8} + \frac{7}{8} - \frac{4}{8} & e) \frac{3}{20} + \frac{35}{20} - \frac{18}{20} & g) \frac{3}{9} - \frac{5}{9} + \frac{6}{9} - \frac{11}{9} \\ b) \frac{5}{7} - \frac{3}{7} + \frac{4}{7} & d) \frac{5}{12} + \frac{17}{12} - \frac{8}{12} & f) \frac{3}{4} + \frac{7}{4} - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} & h) \frac{5}{13} + \frac{14}{13} + \frac{8}{13} - \frac{30}{13} \end{array}$$

28. Realiza las siguientes sumas y restas simplificando el resultado:

a) $\frac{3}{5} - \frac{7}{10} + \frac{1}{2}$

d) $\frac{14}{3} - \frac{1}{7} - \frac{4}{21}$

g) $\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + 4$

j) $\frac{1}{3} - \frac{5}{6} + \frac{7}{30}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{5}{15}$

e) $1 - \frac{3}{5} - \frac{7}{10}$

h) $3 - \frac{2}{9} + \frac{1}{12}$

k) $\frac{10}{3} - \frac{1}{15} + \frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{9} + \frac{3}{5} - \frac{9}{2}$

f) $\frac{4}{3} - 2 - \frac{1}{9}$

i) $\frac{5}{3} - \frac{1}{4} + 1$

l) $-\frac{4}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$

29. Realiza las siguientes sumas y restas simplificando el resultado:

a) $2 - \frac{3}{5} + \frac{7}{4} - \frac{9}{10}$

d) $2 + \frac{3}{7} - \frac{5}{4} + \frac{3}{14}$

g) $\frac{5}{12} - \frac{6}{7} + \frac{11}{21} - \frac{9}{28}$

b) $\frac{3}{2} - \frac{2}{7} + 2 - \frac{16}{21}$

e) $4 - \frac{8}{5} + \frac{4}{7} - \frac{9}{14}$

h) $\frac{4}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{5} - \frac{7}{18}$

c) $\frac{1}{9} + \frac{3}{5} - \frac{7}{15} - \frac{2}{3}$

f) $\frac{3}{4} + \frac{1}{9} - \frac{7}{6} + \frac{1}{2}$

i) $\frac{3}{5} + \frac{4}{3} - \frac{5}{2} + \frac{1}{30}$

3.3.2. Multiplicación

30. Realiza las siguientes multiplicaciones simplificando el resultado:

a) $\frac{13}{15} \cdot \frac{-9}{26}$

d) $\frac{29}{32} \cdot \frac{16}{29}$

g) $\frac{7}{8} \cdot \frac{-4}{3}$

j) $\frac{-25}{16} \cdot \frac{2}{5}$

b) $\frac{-17}{10} \cdot \frac{-5}{34}$

e) $\frac{-48}{23} \cdot \frac{26}{20}$

h) $\frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3}$

k) $\frac{-1}{15} \cdot \frac{-18}{2}$

c) $\frac{15}{19} \cdot \frac{38}{30}$

f) $\frac{43}{120} \cdot \frac{12}{86}$

i) $\frac{14}{25} \cdot \frac{5}{7}$

l) $\frac{-5}{2} \cdot \frac{4}{5}$

31. Realiza las siguientes multiplicaciones simplificando el resultado:

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{-10}{6} \cdot \frac{9}{15}$

d) $\frac{-6}{7} \cdot \frac{-8}{3} \cdot \frac{14}{4}$

g) $\frac{-6}{7} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{5}$

j) $\frac{-1}{21} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{-6}{5}$

b) $\frac{-12}{18} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{-10}{8}$

e) $\frac{6}{8} \cdot \frac{-4}{9} \cdot \frac{-2}{10}$

h) $\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{20}$

k) $\frac{-1}{48} \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{52}{7}$

c) $\frac{4}{5} \cdot \frac{20}{12} \cdot \frac{18}{15}$

f) $\frac{5}{11} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{-22}{5}$

i) $\frac{5}{9} \cdot \frac{-12}{15} \cdot \frac{6}{5}$

l) $\frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \cdot \frac{4}{5}$

3.3.3. División

32. Realiza las siguientes divisiones simplificando el resultado:

a) $\frac{-3}{8} : \frac{5}{-8}$

d) $\frac{3}{-8} : \frac{-2}{2}$

g) $\frac{12}{5} : \frac{-6}{10}$

j) $\frac{-6}{21} : \frac{9}{14}$

b) $\frac{5}{2} : \frac{10}{3}$

e) $\frac{5}{6} : \frac{2}{7}$

h) $\frac{-7}{8} : \frac{-1}{4}$

k) $\frac{14}{48} : \frac{-21}{12}$

c) $\frac{-9}{5} : \frac{-9}{3}$

f) $\frac{-6}{5} : \frac{3}{2}$

i) $\frac{4}{5} : \frac{15}{12}$

l) $\frac{-7}{12} : \frac{-14}{6}$

33. Expresa los siguientes castillos en forma de división y divide:

3.4.2. Operaciones combinadas

38. Realiza las siguientes operaciones con paréntesis:

$$\begin{array}{ll}
 a) \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{4}{3} - 1\right) - \frac{3}{7} \cdot \left(2 + \frac{1}{5}\right) & h) \frac{1}{2} : \left(\frac{2}{5} - \frac{4}{7}\right) + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - 1\right) \\
 b) \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{2}{5}\right) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{6}\right) & i) \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{15}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right) \cdot \frac{3}{11} \\
 c) \left(1 - \frac{5}{7}\right) \cdot \left(2 - \frac{3}{5}\right) & j) \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) : \frac{7}{10} \\
 d) \left(1 - \frac{1}{4}\right) : \left(1 + \frac{1}{8}\right) & k) 3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right) \\
 e) \frac{5}{12} - \left(\frac{3}{11} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{7}{10}\right) & l) \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{2}{5}\right) + 2 \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right) \\
 f) \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) & m) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - 2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9}\right) \\
 g) \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right) & n) \frac{5}{11} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right) + \frac{3}{5} \cdot \left(1 + \frac{4}{11}\right)
 \end{array}$$

39. Realiza las siguientes operaciones con corchetes:

$$\begin{array}{ll}
 a) \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right) : \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right)\right] - \frac{6}{5} & g) \frac{5}{16} - \left[\frac{3}{4} + 4 \cdot \left(5 - \frac{1}{2}\right)\right] \\
 b) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)\right] & h) 3 - 4 \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right)\right] \\
 c) \left(1 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{7}\right)\right] & i) \frac{2}{5} + \frac{3}{4} \cdot \left[1 - \frac{2}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{5}\right)\right] \\
 d) \left[\frac{2}{7} - \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{3}{10} - 1\right)\right] : \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{14}\right) & j) \frac{3}{11} - \frac{1}{3} \cdot \left[2 - \frac{7}{11} \cdot \left(2 + \frac{2}{7}\right)\right] \\
 e) \frac{2}{5} - \left[1 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\right] \cdot \frac{3}{4} & k) 3 - 4 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + 3 : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{2}\right)\right] \\
 f) \frac{7}{10} + \frac{2}{5} \cdot \left[\frac{4}{3} - 8 \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{3}{16}\right)\right] & l) (3 - 4) \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right] + \left[\left(3 : \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{2}\right]
 \end{array}$$

40. Realiza las siguientes operaciones con paréntesis y corchetes:

$$\begin{array}{llll}
 a) \frac{5}{11} \cdot \left(3 \cdot \frac{22}{15}\right) & c) \left(\frac{5}{3} : \frac{10}{3}\right) : 6 & e) \frac{2}{5} : \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{28}{15}\right) & g) \left(\frac{4}{6} : \frac{1}{9}\right) : \left(\frac{5}{12} \cdot \frac{9}{10}\right) \\
 b) \frac{7}{2} : \left(5 : \frac{10}{21}\right) & d) \frac{5}{3} : \left(\frac{10}{3} : 6\right) & f) \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} : \frac{7}{6}\right) : \frac{1}{5} & h) \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{28}{5}\right) : \left(\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{25}\right)
 \end{array}$$

41. Realiza los siguientes castillos de fracciones:

$$\begin{array}{ll}
 a) 1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5 + \frac{6}{7}}} & b) \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3\right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} : \left(2 - \frac{28}{19}\right)}
 \end{array}$$

$$c) \frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \left(-\frac{9}{10} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{5} \right)}$$

$$d) \frac{\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{24} \right) - \left(\frac{2}{30} - \frac{1}{4} + \frac{3}{9} \right)}{\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{10} \right) : \frac{5}{3} - \frac{4}{16} \left(3 - \frac{5}{3} \right)}$$

3.5. Potencias de fracciones

42. Calcula el valor de las siguientes potencias:

$$\begin{array}{llllll} a) \left(\frac{1}{3} \right)^5 & c) \left(\frac{3}{4} \right)^0 & e) \left(\frac{-5}{6} \right)^2 & g) \left(\frac{3}{-4} \right)^4 & i) \left(\frac{1}{4} \right)^3 & k) \left(\frac{-3}{5} \right)^3 \\ b) \left(\frac{2}{3} \right)^3 & d) \left(\frac{2}{7} \right)^1 & f) \left(\frac{-2}{9} \right)^3 & h) \left(\frac{2}{-5} \right)^3 & j) \left(\frac{-3}{2} \right)^5 & l) \left(\frac{1}{7} \right)^3 \end{array}$$

43. Simplifica las siguientes expresiones con potencias utilizando las propiedades:

$$\begin{array}{llll} a) \left(\frac{3x}{y} \right)^2 & h) \left(25^2 \cdot \frac{1}{5} \right)^2 & \tilde{n}) \left(\frac{2}{7} \right)^5 : \left(\frac{2}{7} \right)^4 & u) \left[\left(\frac{4}{5} \right)^2 \right]^2 \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^3 \\ b) \left(\frac{-a}{2} \right)^4 & i) \left(\frac{3}{5} \right)^3 \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^3 & o) \left(\frac{x}{y} \right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y} \right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y} \right)^2 & v) \left(\frac{3}{5} \right)^2 : \left(\frac{3}{5} \right)^3 \\ c) \left(\frac{2}{3}x \right)^2 & j) \left(\frac{a}{b} \right)^6 : \left(\frac{a}{b} \right)^4 & p) \left[\left(\frac{x}{y} \right)^2 \right]^3 & w) \left(\frac{2}{3} \right)^7 : \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 \\ d) \left(\frac{-2a}{3b} \right)^4 & k) \left(\frac{a}{b} \right)^2 \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^3 & q) \frac{3^2 \cdot x^2}{x^3 \cdot 3^2} & x) \left(\frac{3}{a} \right)^5 \cdot \left(\frac{a^3}{3} \right)^3 \\ e) \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \cdot 3^2 & l) \left(\frac{1}{a} \right)^5 : \left(\frac{1}{a} \right)^3 & r) \left[\left(\frac{2x}{y} \right)^3 \right]^3 : \left(\frac{2x}{y} \right)^5 & y) \left(\frac{a}{b^2} \right)^4 \cdot \left(\frac{b^3}{a^2} \right)^3 \\ f) \left(\frac{2}{3} \right)^4 \cdot 6^4 & m) \left(\frac{2}{x} \right)^6 : \left(\frac{2}{x} \right)^5 & s) (a^4)^2 : \left[\left(\frac{1}{a} \right)^2 \right]^2 & z) \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{-4} \\ g) \left(\frac{1}{8} \right)^2 \cdot 4^2 & n) \left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^3 & t) \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 \right]^5 \cdot 2^6 & \end{array}$$

3.6. Problemas de fracciones

3.6.1. Problemas de cálculo fraccionario

44. En un mercado, un señor pide cuarto de mitad de kilo de jamón. ¿A cuántos gramos equivale? ¿Sería lo mismo que mitad de cuarto? ¿Y que un octavo? ¿Son iguales las expresiones fraccionarias?
45. Un bote de refresco contiene un tercio de litro. Si un grupo de amigos ha comprado 250 botes para una fiesta de cumpleaños, ¿cuántos litros de refresco han comprado?
46. Un bidón de agua de 120 litros se vacía en botellas de $\frac{9}{11}$ de litro. ¿Cuántas botellas se necesitan?
47. ¿Qué cantidad de agua hay en 15 vasijas sabiendo que cada una contiene $\frac{1}{4}$ de litro?

48. Un artesano emplea $\frac{3}{4}$ de hora para fabricar un juguete. ¿Cuánto tiempo necesitará para construir dos docenas de estos juguetes?
49. Se quieren repartir $\frac{7}{3}$ kg de fresas en 5 raciones iguales. ¿Qué fracción de kilogramos tendrá cada ración?
50. He gastado $\frac{1}{3}$ de mi dinero en un helado y $\frac{1}{4}$ en golosinas. ¿Qué fracción de mi dinero he gastado? ¿Qué fracción no he gastado?
51. De un embalse que está totalmente lleno se extraen primero los $\frac{3}{7}$ de su capacidad y en una segunda extracción $\frac{1}{3}$ de su capacidad. ¿Qué fracción del total queda en el embalse?
52. En unas vacaciones hemos gastado $\frac{1}{6}$ de nuestro dinero en el viaje, $\frac{1}{3}$ en el alquiler del apartamento y $\frac{1}{4}$ en comida y bebida. ¿De qué fracción de dinero disponemos para comprar souvenirs?
53. Javier ha gastado $\frac{1}{5}$ de la batería de su móvil durante la mañana y $\frac{4}{7}$ partes durante la tarde. ¿Qué fracción de la batería ha gastado? ¿Qué fracción le queda?
54. He gastado la tercera parte de mi dinero en un libro y la cuarta parte de lo que me quedaba en un helado. ¿Qué fracción del total he gastado en el helado?
55. En una peregrinación, el primer día se caminó $\frac{3}{7}$ del total y el segundo día $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. ¿Qué fracción del total se caminó el segundo día?
56. Para repartir unos caramelos entre dos de mis amigos y yo, hago lo siguiente: A uno de ellos le doy $\frac{2}{5}$ de los caramelos, a otro $\frac{2}{3}$ de los que quedaban y para mí el resto. ¿Qué fracción recibimos cada uno?
57. En un instituto, $\frac{5}{9}$ de los alumnos van andando al colegio. De los que no van andando, $\frac{1}{4}$ los llevan sus padres en coche y el resto van en autobús. ¿Qué fracción del total de alumnos van al instituto en autobús?
58. En un instituto, los $\frac{2}{3}$ de los alumnos son de la localidad donde está situado el centro. Se sabe que los $\frac{3}{5}$ del resto son de una localidad A y los demás de otra localidad B. ¿Qué fracción del total de alumnos es de cada localidad?

3.6.2. Problema Directo: Conocido el total

59. Felipe lleva 300€ y María $\frac{1}{3}$ de los $\frac{4}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuánto dinero lleva María?
60. Enrique ha comprado 450 litros de aceite. Si lo coloca en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro, ¿cuántas botellas necesita? ¿Cuál será el precio del litro sabiendo que el valor del aceite que contiene cada botella es 2'88€?
61. Una plaza rectangular de una ciudad tiene un área de 12000 metros cuadrados. En el centro hay un estanque cuyos lados, paralelos a los de la plaza, miden, respectivamente, $\frac{4}{5}$ del largo y $\frac{6}{20}$ del ancho. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el estanque?
62. En un silo hay 1500 toneladas de trigo. En una semana se han vendido $\frac{2}{5}$, y en la siguiente, $\frac{4}{15}$ del resto. ¿Cuánto trigo queda?
63. Rubén se bebió en la merienda un tercio de una botella de batido de 1 litro. Después de cenar se bebió la mitad de lo que quedaba. ¿Cuánto batido tomó en total?

64. El monitor de un gimnasio ha preparado una tabla de ejercicios de 45 min, de los que $1/5$ serán de calentamiento, $8/15$ de estiramiento y, el resto de relajación. ¿Cuántos minutos se dedican a cada tipo de ejercicios?
65. Carlota ha gastado en sus vacaciones 900€, distribuidos de la siguiente forma: $1/6$ en los billetes de tren, $1/3$ en alquiler del apartamento, $2/9$ en comidas y el resto en compras. ¿Qué fracción de gasto representan las compras? ¿Cuántos euros ha gastado en cada cosa?
66. Un autobús escolar transporta 60 niños de una guardería y hace tres paradas. En la primera parada recoge a $5/15$ y en la segunda a $1/3$. ¿Qué fracción de niños recoge en la tercera parada? ¿Cuántos niños suben en cada parada?
67. De una piscina de 15000 litros se vacían primero las $3/4$ partes y luego, $1/3$ de lo que queda. ¿Cuántos litros quedan al final en la piscina?
68. Las $3/4$ partes de los alumnos de un colegio juegan a baloncesto, los $2/15$ al tenis y el resto, al fútbol. ¿Qué fracción de los alumnos del colegio juegan al fútbol? Si hay 240 alumnos en el colegio, ¿cuántos practican cada deporte?
69. En el mes de abril de cierto año hubo clase la mitad de los días, $2/5$ de los días del mes los ocuparon las vacaciones de Semana Santa y, el resto, fueron sábados y domingos. Averigua cuánto duraron las vacaciones de Semana Santa y cuántos días hubo clase.
70. Carolina debe recorrer 210 km en 3 etapas. En la primera etapa hace los $2/7$ del recorrido y en la segunda, $1/3$ de lo que le queda. ¿Cuántos kilómetros tendrá que recorrer en la tercera etapa?

3.6.3. Problema Inverso: Conocida una parte del total

71. Cristina gasta un tercio de su dinero en un DVD y luego compra un libro cuyo precio son $6/7$ del precio del DVD. ¿Qué fracción de su dinero ha gastado en el libro? ¿Cuánto dinero tenía si ahora le quedan 24 euros?
72. Pedro distribuye su tiempo diario de estudio en tres partes: dedica primero $5/18$ a trabajar las materias que le resultan más fáciles. Luego $3/5$ a las más difíciles. Los 11 minutos restantes los dedica a repasar los apuntes del día. ¿Cuánto estudia Pedro diariamente?
73. En un colegio, las $3/4$ partes de los alumnos estudian inglés como primer idioma. De ellos $4/5$ estudian francés como segundo idioma. ¿Qué fracción representan los alumnos que estudian inglés y francés? Sabiendo que hay 72 alumnos que estudian ambos idiomas, ¿cuántos alumnos hay en el colegio?
74. He repartido entre mis amigos $5/12$ de los bombones de una caja y me quedan 28. ¿Cuántos bombones tenía la caja?
75. Si las $5/7$ partes de la capacidad total de un CD corresponden a 500 MB, ¿cuántos MB tiene el CD en total?
76. En un terreno agrícola se destina la mitad a cultivar girasoles; $3/10$ a algodón y las 5 hectáreas restantes a remolachas. ¿Qué fracción de la finca está destinada al cultivo de la remolacha? ¿Qué extensión tiene la finca?
77. Gasto en la entrada del cine $1/3$ del dinero que tengo, después gasto $1/4$ de lo que me queda en una bolsa de palomitas. Si cuando regreso a casa todavía me quedan 15€, ¿con cuánto dinero he salido de casa?

-
78. Pilar ha leído 100 páginas de un libro que representan los $\frac{4}{7}$ del total. ¿Cuántas páginas tiene el libro?
79. Se han roto los $\frac{8}{13}$ de los huevos que contenía una caja. Calcula cuántos contenía sabiendo que han quedado 75 huevos sin romper.