

Polinomios y fracciones algebraicas

2.1. Operaciones básicas con polinomios

1. Realiza las siguientes sumas y restas:

$$\begin{array}{ll}
 a) (x^3 + 2x + 3) + (-4x^3 + x^2 + 1) & d) (2x^3 + 3x^2 + x - 6) + (x^4 - 1) \\
 b) (2x^4 + x^3 - x^2 + 1) + (-2x^4 + 2x^3 + 3) & e) (x^4 - 3x^2 + 8x - 5) - (3x^4 + 2x^3 + 4x - 2) \\
 c) (2x^4 + x^3 - x^2 + 1) - (5x^2 + 2x + 1) & f) (x^4 + 1) - (10x^5 - x)
 \end{array}$$

2. Determina el polinomio $q(x)$ que hay que sumar a $p(x) = 2x^3 - x^2 + 5x + 2$ para obtener el polinomio $-x^3 + x^2 - 2x - 1$.

3. Calcula en todos los apartados $P + Q - R$, $P - Q + R$ y $P - Q - R$ y $Q + R - P$.

$$\begin{array}{l}
 a) P = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 7, Q = -x^3 + 2x^2 - 2x + 3, R = x^3 + x^2 - 6x + 2 \\
 b) P = 4x^3 + 2x^2 - 5x^4 + 6x + 1, Q = 3x^4 - 3x - 2 - 12x^2x^3, R = -10x^4 + 5x^3 - x^2 + 14 \\
 c) P = 10a^3 - 5a^2 + 8a + 18, Q = -17a^3 + 12a^2 + a + 3, R = 23a^3 - 7a^2 + 12a - 15 \\
 d) P = -8v^4 - 5v^2 + 7v - 9, Q = -13v^4 + 6v^3 - 7v^2 + 10v, R = 16v^4 - 4v^3 + 12v + 8
 \end{array}$$

4. Calcula $(P + Q) - (R + S)$ y $P - (Q + R) + S$ para los polinomios:

$$\begin{array}{ll}
 \blacksquare P = 6x^2 - 8x + 7 & \blacksquare R = 4x^3 - 12x^2 - 10x + 8 \\
 \blacksquare Q = 8x^3 + 2x^2 - x - 6 & \blacksquare S = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 5x - 12
 \end{array}$$

5. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$\begin{array}{ll}
 a) (x^3 - 2x + 3)(2x^2 - 1) & c) (3x^4 + 5x^3 - 2x + 3)(2x^2 - x + 3) \\
 b) (3x^2 + x - 3)(x^2 - 2x + 1) & d) (3x^5 - 2x^3 + 7x^2 - 2x)(x^3 + 3x^2 - 1)
 \end{array}$$

6. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$\begin{array}{ll}
 a) (x^2 - 3x + 1)(x + 4) & c) (x^4 - 7x^2 - 3)(x^2 - 3) \\
 b) (5x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 3x)(2x^3 + 2x + 1) & d) (7a^3 - 3a^2 - a + 1)(2a^2 - 3a + 2)
 \end{array}$$

7. Dados $P(x) = x^6 - x + 2x^3 - 8$ y $Q(x) = 2x^2 - 8x$. Calcula:

$$a) P(x) + Q(x) \quad b) P(x) - Q(x) \quad c) P(x) \cdot Q(x) \quad d) P(x) : Q(x)$$

8. Dados $p(x) = 3x^4 - 2x + 1$, $q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4$ y $r(x) = 5x^2 + 4x - 3$, calcula

$$a) p(x) + q(x) + r(x) \quad b) p(x) - q(x) + r(x) \quad c) p(x) - q(x) - r(x)$$

9. Si $p(x) = 2x + 3$, $q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $r(x) = x^4 - 1$, calcula:

$$\begin{array}{ll} a) p(x) \cdot q(x) + 2r(x) & c) q(x) - p(x) \cdot r(x) \\ b) p(x) \cdot 2 \cdot q(x) + r(x) & d) r(x) - q(x) \cdot (2 - p(x)) \end{array}$$

10. Dados los polinomios $p(x) = 3x^2 - x + 2$, $q(x) = x^3 - 2$ y $r(x) = \frac{1}{2}x + 1$, calcula:

$$\begin{array}{lll} a) p(x) - q(x)r(x) & c) [p(x) - q(x)][r(x) - p(x)] & e) (p(x) + q(x))^2 \\ b) p(x)^2 - q(x) & d) q(x)^3 r(x) & f) q(x)r(x)^2 + p(x) \end{array}$$

11. Realiza las siguientes divisiones:

$$\begin{array}{l} a) (3x^3 - 2x^2 + x - 1) : (x^2 + x + 1) \\ b) (4x^5 + 15x^4 + 26x^3 + 10x^2 - 9x - 20) : (x^2 + 3x + 4) \\ c) (6x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 20x^2 - 12x + 14) : (3x^3 - 2x^2 + 3) \\ d) (3x^4 - 2x^2 - 5x + 3) : (x - 2) \\ e) (6x^5 - x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 8x) : (2x^2 - 3x + 2) \\ f) 4x^3 + 2x^2 - 3x + 1 : (2x + 1) \\ g) (x^7 - x^6 + x^2 + 3) : (x^4 - x^2) \\ h) (2x^3 + 2x + 1) : (x^2 - x + 1) \\ i) (x^{15} - a^{15}) : (x^3 - a^3) \\ j) (x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1) : (x^2 - 1) \\ k) (x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) : (x - 1) \end{array}$$

12. ¿Qué valor hay que dar a k para que el resto de la división de $8x^3 + 2x^2 + kx + 6$ por $2x - 1$ sea 3?

13. Determina a y b con la condición de que al dividir $3x^3 + 2x^2 + ax + b$ por $x^2 - x + 1$ el resto sea 0.

2.2. Identidades notables

14. Desarrolla las siguientes identidades notables:

$$\begin{array}{llll} a) (x + 1)^2 & f) (3x + 1)^2 & k) (2x^4 + 3x^2)^2 & o) (1 + 4x)^2 \\ b) (2x + 3)^2 & g) (2x^2 + 1)^2 & l) (5x^3 + 2x^2)^2 & p) (3x + 7)^2 \\ c) (x^2 + x)^2 & h) (x^2 + 3x)^2 & m) (x^2 + 3x^4)^2 & q) (2x + 9)^2 \\ d) (3x^2 + 6x)^2 & i) (3x^2 + 6)^2 & n) (2x^6 + 3x^2)^2 & r) (5x^2 + 7x^5)^2 \\ e) (2x + 4)^2 & j) (x^3 + x)^2 & ñ) (x^2 + 6)^2 & s) (2x^5 + 7x)^2 \end{array}$$

15. Desarrolla las siguientes identidades notables:

a) $(x - 2)^2$	f) $(x^2 - 3x)^2$	k) $(2x^4 - 5x^2)^2$	o) $(x - 4x^2)^2$
b) $(4 - x)^2$	g) $(5x^3 - 3x^2)^2$	l) $(6x - 7)^2$	p) $(3x - 6)^2$
c) $(2x - 3)^2$	h) $(2x^3 - 1)^2$	m) $(4x - 9)^2$	q) $(x^2 - 2)^2$
d) $(3x - 1)^2$	i) $(x^6 - 7x)^2$	n) $(x^2 - 6)^2$	r) $(5x - 6)^2$
e) $(x^2 - x)^2$	j) $(4x^2 - 7x)^2$	\tilde{n}) $(2x^3 - 5x)^2$	s) $(4x - 7)^2$

16. Desarrolla las siguientes identidades notables:

a) $(x - 1) \cdot (x - 1)$	f) $(x - x^2) \cdot (x + x^2)$	k) $(4x + 1) \cdot (4x - 1)$
b) $(2x + 3) \cdot (2x - 3)$	g) $(2x + 6) \cdot (2x - 6)$	l) $(3x + 2) \cdot (3x - 2)$
c) $(4x - 1) \cdot (4x + 1)$	h) $(3x - 2) \cdot (3x + 2)$	m) $(4 - x) \cdot (4 + x)$
d) $(7 - x) \cdot (7 + x)$	i) $(2 + x) \cdot (2 - x)$	n) $(x^2 + 6) \cdot (x^2 - 6)$
e) $(x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1)$	j) $(x + 4) \cdot (x - 4)$	\tilde{n}) $(2x + 7) \cdot (2x - 7)$

17. Escribe en forma de identidad notable las siguientes expresiones (puede que algunas no sean identidad notable):

a) $x^2 - 10 + 25$	f) $x^2 + 2x + 1$	k) $4x^2 + 9x + 16$
b) $x^2 - 25$	g) $x^2 - 7x + 9$	l) $9x^2 - 25$
c) $x^2 - 4x + 4$	h) $x^2 - 9$	m) $9x^2 - 12x + 4$
d) $x^2 - 1$	i) $4x^2 - 8x + 4$	n) $9x^2 + 4$
e) $x^2 - 6x + 16$	j) $9x^2 - 16$	\tilde{n}) $9x^2 + 18x + 9$

2.3. El teorema del Resto

2.3.1. Valor numérico

18. Dado el polinomio $p(x) = 5x^3 + 2x^2 - 3x + 4$, calcula el valor numérico del mismo en los valores que se indican:

a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 3$ d) $x = -2$ e) $x = 1'07$ f) $x = 2/5$

19. Calcula $P(a)$ en los siguientes casos:

a) $P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2x - 24$ para $a = 2$, $a = -5$, $a = 10$.
 b) $P(x) = 3x^3 - 8x^2 + 3x$ para $a = -3$, $a = 1$, $a = 8$.

2.3.2. La regla de Ruffini

20. Divide $x^3 - x^2 + 11x - 10$ entre $x - 2$ indicando cociente y resto.

21. Divide $6x^3 - 2x + x^4 + 15 - 6x^2$ entre $x + 3$ indicando cociente y resto.

22. Divide $4 - 3x^3 + 4x^5$ entre $x - 2$ indicando cociente y resto.
23. Divide $\frac{1}{2}x^6 + \frac{2}{3}x^5 - 3x^4 - \frac{5}{6}x^3 + \frac{2}{3}x + 4$ entre $x - 2$ indicando cociente y resto.
24. Divide $2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ entre $x - 8'93$ indicando cociente y resto.
25. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones.
- | | |
|--|---|
| a) $(x^4 + 1) : (x - 1)$ | j) $2 - 3x^2 + 4x^4 : (x - 3)$ |
| b) $(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) : (x + 1)$ | k) $(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3) : (x - 2)$ |
| c) $(3x^2 + 4x + 3) : (x + 3)$ | l) $(5x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x - 6) : (x - 1)$ |
| d) $(3x^3 + 4x^2 - 3x + 5) : (x + 2)$ | m) $(x^5 + x^4 - 8x^3 + 13x^2 - 6x + 24) : (x + 4)$ |
| e) $(2x^3 - 5x^2 + 3) : (x - 2)$ | n) $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$ |
| f) $(x^4 - 3x^3 + 1) : (x + 2)$ | \tilde{n}) $(6x^5 - 3x^4 + 2x) : (x + 1)$ |
| g) $(x^4 + 1) : (x + 1)$ | o) $(3x^4 - 5x^3 + 7x^3 - 2x + 13) : (x - 4)$ |
| h) $(x^3 - 1) : (x + \frac{1}{3})$ | p) $(6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9) : (x + 3)$ |
| i) $(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) : (x - 1)$ | |

2.3.3. Aplicaciones del teorema del Resto

26. ¿Qué valor debe tener m para que al dividir $4x^3 - mx + 2$ entre $x - 2$ se obtenga 4 como resto?
27. Halla el valor de n para que el polinomio $2x^3 + nx^2 - 7$ sea divisible por $x + 1$.
28. Halla el valor de k para que el polinomio $5x^3 - kx^2 + 3x - 2$ sea divisible por $x + 2$.
29. Considera el polinomio $p(x) = x^2 - 6x + m$.
- a) ¿Para qué valor de m es $p(x)$ divisible por $x - 2$?
 - b) ¿Para qué valor de m se obtiene 3 de resto al dividirlo por $x - 1$?
 - c) ¿Para qué valores de m la ecuación $x^2 - 6x + m = 0$ no tiene raíces reales. (Recuerda que $b^2 - 4ac$ debe ser negativo)
30. En el polinomio $p(x) = 3x^4 - mx^2 + 3x - 2$ se verifica $p(2) = 10$. Calcula el valor de m .
31. Al dividir el polinomio $x^2 + bx + c$ por $x - 3$ se obtiene de resto 2. Averigua cuanto valen a y b sabiendo que el polinomio es divisible por $x - 2$.
32. El polinomio $x^2 + bx + c$ es divisible por $x + 1$. Además, al dividirlo por $x - 1$ y $x - 3$ se obtiene el mismo resto. ¿Cuánto valen los coeficientes b y c ?
33. Se sabe que al dividir $x^3 - x^2 + ax - 10$ entre $x - 2$ la división es exacta. Calcula a .
34. ¿Cuánto debe valer a para que al dividir $x^3 - x^2 + 11x + a$ entre $x - 3$ la división es exacta?
35. El polinomio $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x - 12$ es divisible por $x - a$ para dos valores enteros de a . Localízalos y da el cociente en ambos casos. (Recuerda que los valores de a deben ser divisores del término independiente)
36. Comprueba que el polinomio $x^4 + x^3 + 7x^2 + 2x + 10$ no es divisible por $x - a$ para ningún valor entero de a .
37. Utiliza la regla de Ruffini para calcular $p(3)$, $p(-5)$ y $p(7)$ para los polinomios:

a) $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

b) $x^4 - 3x^2 + 7$

38. Comprueba si los polinomios siguientes son divisibles por $x - 3$ ó $x + 1$.

a) $p(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$ b) $q(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$ c) $r(x) = x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 13$

39. Calcula a para que el resto de la división $3x^5 - 4x^4 + 2x^3 + a$ entre $x + 2$ sea 8.

40. El polinomio $x^4 - 2x^3 - 23x^2 - 2x - 24$ es divisible por $x - a$ para dos valores enteros de a . Búscalos e indica el cociente en ambos casos.

41. Prueba si el polinomio $-x^4 + 3x^2 - 16x + 6$ es divisible por $x - a$ para algún valor entero de a .

42. Calcula m para que el polinomio $p(x) = x^3 - mx^2 + 5x - 2$ sea divisible por $x + 1$.

43. El resto de la siguiente división es igual a -8 : $(2x^4 + kx^3 - 7x + 6) : (x - 2)$. ¿Cuánto vale k ?

44. Halla el valor que debe tener m para que el polinomio $a(x) = mx^3 - 3x^2 + 5x + 9m$ sea divisible por $x + 2$.

45. Si $p(x) = 3x^3 - 11x^2 - 81x + 245$, halla los valores $p(8'75)$, $p(10'25)$ y $p(-7)$ ayudándote de la calculadora.

2.4. Factorización de polinomios

46. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12$

ñ) $x^3 - 4x^2 + x + 6$

b) $x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 27x - 18$

o) $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ ($x = 1/2$ es una raíz)

c) $x^3 - 12x^2 + 41x - 30$

p) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

d) $5x^3 - 20x^2 - 20x + 80$

q) $-2x^3 + 2x^2 + 18x - 18$

e) $3x^3 - 6x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

r) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

f) $x^2 - 8x + 16$

s) $3x^3 - x^2 - 7x + 5$

g) $x^2 - 9$

t) $-x^3 + 25x$

h) $x^2 - 4$

u) $x^3 - 8$

i) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

v) $x^4 - 25x^2$

j) $x^3 - 4x^2 + x + 6$

w) $x^3 + 12x^2 + 36x$

k) $2x^3 - 5x^2 - 23x - 10$

x) $49x^2 - 36$

l) $x^5 - x^4 - 4x^3 + 4x^2$

y) $x^3 - 7x^2 + 8x + 16$

m) $x^3 - 3x^2 - 4x$

z) $3x^5 - 48x$

n) $x^4 - 7x^2 - 2x^3 + 12 + 8x$

47. Factoriza los siguientes polinomios:

- | | |
|------------------------------------|----------------------------------|
| a) $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x$ | n) $45x^2 - 5x^4$ |
| b) $2x^3 + x^2 - 5x + 12$ | \tilde{n}) $x^4 + x^2 + 2x^3$ |
| c) $9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3$ | o) $x^6 - 16x^2$ |
| d) $x^2 - 4x + 5$ | p) $16x^4 - 9$ |
| e) $x^2 + 8x + 15$ | q) $(x^2 - 25)(x^2 - 6x + 9)$ |
| f) $7x^2 - 21x - 280$ | r) $(x^2 - 7x)(x^2 - 13x + 40)$ |
| g) $3x^2 + 9x - 210$ | s) $x^3 + 2x^2 - x - 2$ |
| h) $2x^2 - 9x - 5$ | t) $3x^3 - 15x^2 + 12x$ |
| i) $3x^2 - 2x - 5$ | u) $x^3 - 9x^2 + 15x - 7$ |
| j) $4x^2 + 17x + 15$ | v) $x^4 - 13x^2 + 36$ |
| k) $-x^2 + 17x - 72$ | w) $x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ |
| l) $3x^3 - 12x$ | x) $x^3 - x - 6$ |
| m) $4x^3 - 24x^2 + 36x$ | y) $4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1$ |

2.5. Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo de polinomios

48. Calcula el MCD y el mcm de los pares de polinomios siguientes (recuerda que si no hay factores comunes, el MCD es 1 y el mcm el producto de los polinomios):

- a) $p(x) = x^3 - 7x^2$ y $q(x) = x^3 - 7x$
 b) $p(x) = x^3 - 7x^2$ y $q(x) = x^2 - 7x$
 c) $p(x) = x^4 - 3x - 10$ y $q(x) = x - 2$
 d) $p(x) = x^2 - 9$ y $q(x) = x^2 - 6x + 9$
 e) $p(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$ y $q(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2$
 f) $p(x) = x(x - 3)^2(x + 5)$ y $q(x) = x^3(x - 3)(x^2 + x + 2)$
 g) $p(x) = (x - 1)^2(x + 3)(x - 2)^3$ y $q(x) = x^2(x - 1)(x - 2)^2$

49. Halla el MCD y el mcm de los siguientes pares de polinomios:

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| a) $x^2 - 1$ y $(x + 1)^2$ | c) $x^3 - x$ y $x^2 - 1$ |
| b) $x^2 + x$ y $x^2 - x$ | d) $x^2 + 1$ y x^2 |

50. Busca dos polinomios de tercer grado que sean divisibles por $x - 5$ y x . Halla su MCD y su mcm.

51. Dado $p(x) = (x - 2)^2x^2$, busca un polinomio de tercer grado $q(x)$ que cumpla las dos condiciones siguientes:

- | | |
|---------------------------|--------------------------------------|
| a) $MCD(p, q) = x^2 - 2x$ | b) $mcm(p, q) = (x - 2)^2x^2(x + 5)$ |
|---------------------------|--------------------------------------|

2.6. Fracciones algebraicas

2.6.1. Simplificación de fracciones algebraicas

52. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas factorizando previamente los polinomios:

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{2x^2 - 6x}{4x^3 - 2x} & g) \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{3x^2 - 9x + 6} & m) \frac{x^2 - x}{x^3 - 2x^2 + x} \\
 b) \frac{(x-3)^2 x(x+3)}{(x-3)x^2(x+2)} & h) \frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 8x + 7} & n) \frac{b + b^2}{a + ab} \\
 c) \frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x^3 + 3x^2} & i) \frac{x(x-y)}{y(y-x)} & ñ) \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6} \\
 d) \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - x^2 - 14x + 24} & j) \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 4x + 3} & o) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 7x + 12} \\
 e) \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6} & k) \frac{2a^2 - 5a - 12}{16 - a^2} & p) \frac{x^4 - x^3 - x^2 - x - 2}{2x^3 - x^2 - 5x - 2} \\
 f) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 + x^2} & l) \frac{3a - 3b}{2b^2 - 2a^2} &
 \end{array}$$

53. Determina el valor de h y k para que: $\frac{3x^2 + hx + 3}{2x^2 + 5x + k} = \frac{3x + 1}{2x - 1}$

54. Simplifica, cuando sea posible, las fracciones:

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{6x^2 - x - 2}{3x^2 + 4x - 4} & d) \frac{(x^2 - 4)(x - 3)^2}{(x - 3)(x + 2)} & g) \frac{4x^3 + x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 3} \\
 b) \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} & e) \frac{(x + 1)^2 + (x - 1)^2}{x^2 + 3} & h) \frac{x^4 - 81}{(x + 3)^2} \\
 c) \frac{x^5 - x^3}{x^7 + x^4} & f) \frac{3x^3 + x^2 + 9x + 3}{2x^4 + 5x^2 - 3} & i) \frac{x^8 - 5x^7 - 2x + 10}{x^6 - 5x^5 + 2x - 10}
 \end{array}$$

55. Simplifica la siguiente fracción, sabiendo que $x = \frac{1}{2}$ es raíz de ambos términos: $\frac{8x^3 + 4x^2 - 10x + 3}{8x^3 + 20x^2 + 6x - 9}$

2.6.2. Sumas y restas de fracciones algebraicas

56. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas simplificando el resultado cuando sea posible:

$$\begin{array}{ll}
 a) \frac{2x + 6}{x^2 - 3x} - \frac{x + 5}{(x - 3)(x - 1)} & e) \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} - \frac{2x - 3}{x - 3} + \frac{3x + 1}{x + 3} \\
 b) \frac{3x + 2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{3x^2 + x + 1}{2x - 3} & f) \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{x + 3}{x - 6} + \frac{1}{x} \\
 c) \frac{y}{2y + 4} + \frac{2y}{y^2 - 4} + \frac{y^2 + 1}{y^2 + 2y} & g) \frac{1}{t} + \frac{1 - t}{t^2 + 2t} - \frac{2}{t + 2} \\
 d) -\frac{2}{x + 1} + 2x - (x^2 - 1) \frac{x^2 + x}{x - 1} + \frac{1}{2x + 1} & h) \frac{1}{x + 2} - \frac{1}{(x + 2)^2} - \frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x^2 - 4} \\
 & i) \frac{4}{x - 2} + \frac{x}{x - 2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 j) \frac{2a}{a+1} - \frac{a-1}{a} & q) \frac{3x-1}{x} - \frac{x+3}{x^2-2x} + \frac{2x+5}{x-2} \\
 k) \frac{2x-3}{x-1} + \frac{3x+2}{x-1} - \frac{5x-4}{x-1} & r) \frac{x-2}{x^2} + \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1} \\
 l) 1 + \frac{x-y}{x+y} & s) \frac{2x}{x^2+x-2} - \frac{5}{x+2} - \frac{x-4}{3x+6} \\
 m) \frac{3}{y-2} - \frac{5}{y^2-4} & t) \frac{x+2}{2x+1} - \frac{2}{4x^2-1} + \frac{x+1}{2x} \\
 n) \frac{3}{x-1} + \frac{4}{x^2-1} & u) \frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} \\
 ñ) $x - \frac{x^2}{x-1} + \frac{x}{x+1}$ & v) $\frac{x^2}{x^2-2x+1} + \frac{2x+3}{x-1} - 3$ \\
 o) $\frac{x-2}{2-x} - \frac{x^2}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2}$ & w) $\frac{2x-3}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3} - \frac{x+2}{x+3}$ \\
 p) $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x^2+5}{x^2+3x}$ &
 \end{array}$$

57. Determina los valores a y b para que se verifique la igualdad:

$$\frac{-4x-11}{(2x+1)(x-4)} = \frac{a}{2x+1} - \frac{b}{x-4}$$

58. Determina los valores a , b y c para que se verifique la igualdad:

$$\frac{6x^2-5x-9}{(x-1)(x-2)(x+3)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+3}$$

2.6.3. Multiplicaciones y divisiones de fracciones algebraicas

59. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones factorizando previamente y simplifica los resultados cuando se pueda.

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{x}{3} \cdot \frac{2x+1}{x-1} & i) \frac{2}{3y} \cdot \frac{5}{y} & p) \frac{xy-x}{y} : \frac{ay-a}{y^2} \\
 b) \frac{2}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1} & j) \frac{x-y}{x} \cdot \frac{y}{y-x} & q) \frac{x-y}{3} : \frac{x^2-y^2}{9} \\
 c) \frac{1}{x-1} : \frac{x+1}{3x} & k) \frac{a^2}{b \cdot c} \cdot \frac{b^2}{a \cdot c} \cdot \frac{c^2}{a \cdot b} & r) \frac{2a}{a-b} : \frac{4}{a^2-b^2} \\
 d) \frac{2x}{x-3} : \frac{x+1}{2x+3} & l) \frac{3}{x(3-x)} \cdot \frac{3-x}{2} & s) \frac{2ab^2}{3xy} : 4a^2b \\
 e) \frac{5x-10}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x-2} & m) \frac{x}{3} : \frac{2x}{5} & t) \frac{(2x+1)(x-2)}{x-3} \\
 f) \frac{2x+1}{2x-1} : \frac{x^2}{4x-2} & n) \frac{1}{x+1} : \frac{1}{x-1} & \frac{(2-x)(x+3)}{x^2} \\
 g) \frac{2}{x+1} \cdot \frac{x}{x-1} & ñ) \frac{y+2}{3x} : \frac{x}{y-2} & u) \frac{1}{x^3-8} : \frac{1}{2-x} \\
 h) \frac{x+y}{3x^2} : \frac{x-y}{x} & o) \frac{1}{x^2-y^2} : \frac{1}{x-y} & v) (5x-1) : \frac{x+2}{x-3}
 \end{array}$$

